الدائرة هي المحل الهندسي لنقطة في المستوى الإحداثي بحيث أن بعدها عن نقطة ثابتة يساوي مقداراً ثابتاً .

تسمى النقطة الثابتة مركز الدائرة (أ ، ب) . البعد الثابت يسمى نصف قطر الدائرة .

مثال أوجد معادلة المحل الهندسي لنقطة تتحرك في المستوى بحيث يكون بعدها عن النقطة م (٠ ، ٠) نصف بعدها عن النقطة (-١ ، ٢) .

الحل نفرض أن النقطة المتحركة هي (س ، ص) .

وسنستخدم قانون البعد بين نقطتين :

$$\therefore \sqrt{(س-٠)^{٢}+(ص-٠)^{٢}} = \frac{١}{٢} \sqrt{(س+١)^{٢}+(ص-٢)^{٢}}$$

$$\therefore س^{٢}+ص^{٢} = \frac{١}{٤}\left((س+١)^{٢}+(ص-٢)^{٢}\right)$$

$$٤س^{٢}+٤ص^{٢} = س^{٢}+٢س+١+ص^{٢}-٤ص+٤$$

$$٤س^{٢}+٤ص^{٢}-س^{٢}-٢س-ص^{٢}+٤ص-٥=٠$$

$$\therefore ٣س^{٢}+٣ص^{٢}-٢س+٤ص-٥=٠$$

وهي معادلة المحل الهندسي للنقطة

مثال أوجد معادلة المحل الهندسي لنقطة تتحرك في المستوى بحيث يكون بعدها عن النقطة م (٠ ، ٠) يساوي ٥ .

الحل نفرض أن النقطة المتحركة هي (س ، ص) .

وسنستخدم قانون البعد بين نقطتين :

$$\therefore ف = \sqrt{(س-٠)^{٢}+(ص-٠)^{٢}} = ٥ \Leftarrow \sqrt{س^{٢}+ص^{٢}}$$

$$\therefore س^{٢}+ص^{٢} = ٢٥$$

وهي معادلة المحل الهندسي للنقطة

١. معادلة الدائرة التي مركزها نقطة الأصل (٠ ، ٠) ونصف قطرها نـق : $\boxed{س^{٢} + ص^{٢} = نق^{٢}}$

مثال

أكتب معادلة الدائرة في الحالات التالية :

١. مركزها (٠ ، ٠) ، نق = ١٠

الحل $س^{٢} + ص^{٢} = ١٠^{٢}$ ∴ $س^{٢} + ص^{٢} = ١٠٠$

٢. مركزها (٠ ، ٠) ، نق = $\sqrt{٥}$

الحل $س^{٢} + ص^{٢} = ٥$

٣. مركزها (٠ ، ٠) ، نق = $٢\sqrt{١٠}$

الحل $س^{٢} + ص^{٢} = ٤٠$

مثال هل النقاط التالي تقع على الدائرة : $س^{٢} + ص^{٢} = ٢٥$ ؟

نعوض عن قيمة س و قيمة ص في المعادلة .
فإذا ظهر أن الطرفين متساويين فإن النقطة تقع على الدائرة .
وغير ذلك فإن النقطة ليست على الدائرة .

١. (٤ ، ٢)

الحل $٤^{٢} + ٢^{٢} \neq ٢٥$ ⇐ النقطة لا تقع على الدائرة .

٢. (٤ ، ٣)

الحل $٤^{٢} + ٣^{٢} = ٢٥$ ⇐ النقطة تقع على الدائرة .

الرياضيات البحتة الصف الثاني عشر الفصل الدراسي الأول الدائرة

٢. معادلة الصورة القياسية للدائرة : $\boxed{(س - ح)^{٢} + (ص - هـ)^{٢} = نق^{٢}}$

مثال أكتب معادلة الدائرة في الحالات التالية :

١. المركز (٢ ، -٣) ، نق = ٧

الحل $(س - ٢)^{٢} + (ص + ٣)^{٢} = ٤٩$

٢. المركز (٣ ، -٤) ، نق = ٦

الحل $(س - ٣)^{٢} + (ص + ٤)^{٢} = ٣٦$

٣. المركز ($\sqrt{٣}$ ، ٣) ، نق = $\sqrt{١٩}$

الحل $(س - \sqrt{٣})^{٢} + (ص - ٣)^{٢} = ١٩$

٤. المركز (٥ ، ٠) ، نق = ١

الحل $(س - ٥)^{٢} + ص^{٢} = ١$

مثال أوجد إحداثيات المركز ونصف قطر الدائرة للدوائر التالية :

[١] $(س - ٥)^{٢} + (ص + ٣)^{٢} = ٤٠$

الحل المركز : (٥ ، -٣) نـق = $\sqrt{٤٠}$

[٢] $س^{٢} + (ص - ٥)^{٢} = ١٦$

الحل المركز : (٠ ، ٥) نـق = ٤

[٣] $(٢س - ٦)^{٢} + (٢ص + ٨)^{٢} = ٤٠$

الحل $(٢(س - ٣))^{٢} + (٢(ص + ٤))^{٢} = ٤٠$ ⇐ ∴ $٤(س - ٣)^{٢} + ٤(ص + ٤)^{٢} = ٤٠$

∴ $(س - ٣)^{٢} + (ص + ٤)^{٢} = ١٠$ ⇐ المركز (٣ ، -٤)

نـق = $\sqrt{١٠}$

مثال

اكتب معادلة الدالة التي مركزها (-٢ ، ٥) وتمر بالنقطة (٣ ، ٢)

الحل

$(س - ٢)^{٢} + (ص - ٥)^{٢} = نق^{٢}$

∵ (٣ ، ٢) تمر بالدائرة فهي تحقق معادلتها :

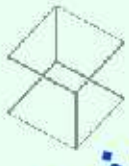
$\therefore (٣+٢)^{٢} + (٢-٥)^{٢} = نق^{٢}$

$\therefore ٥^{٢} + (-٣)^{٢} = نق^{٢} \Leftarrow ٢٥+٩ = نق^{٢} \Leftarrow نق^{٢} = ٣٤$

$\therefore نق = \sqrt{٣٤}$

∴ المعادلة :

$(س+٢)^{٢} + (ص-٥)^{٢} = ٣٤$



الصف الثاني عشر

الفصل الدراسي الأول

قناة الأستاذ : حمد الردیني

التعليمية على اليوتيوب