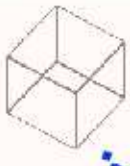


الصف الثاني عشر

الفصل الدراسي الأول

قناة الأستاذ : حمد الرديني

التعليمية على اليوتيوب

$\frac{د ص}{د س}$: يرمز للمشتقة الأولى ص وتكتب : $ص'$

$\frac{د^{٢} ص}{د س^{٢}}$: يرمز للمشتقة الثانية ص وتكتب : $ص''$

$\frac{د^{٣} ص}{د س^{٣}}$: يرمز للمشتقة الثالثة ص وتكتب : $ص'''$

مثال إذا كان : $ص = ٥ س^{٣} + ٢ س^{٢} + ٤$ فأوجد : $ص'$ ، $ص''$ ، $ص'''$

الحل

$ص' = ١٥ س^{٢} + ٤س$

$ص'' = ٣٠س + ٤$

$ص''' = ٣٠$

مثال $ق(س) = ٢ س^{٣} + ٢ س^{٢} + \frac{١٦}{س}$ ، فأوجد $ق''(٢)$

الحل

$ق'(س) = ٦ س^{٢} + ٤س - \frac{١٦}{س^{٢}}$

$\therefore ق''(س) = ١٢س + ٤ + \frac{٣٢}{س^{٣}}$

$\therefore ق''(٢) = ٢٤ + ٤ + \frac{٣٢}{٨} = ٣٢$

مثال أوجد قيم س التي تحقق المعادلة : $ق'''(س) = ٠$

إذا علمت أن : $ق(س) = س^{٤} + ٤س^{٢}$

الحل

$ق'(س) = ٤ س^{٣} + ٨ س$ ، $ق''(س) = ١٢ س^{٢} + ٨$

$ق'''(س) = ٢٤س$

$\because ق'''(س) = ٠ \quad \therefore ٢٤س = ٠ \quad \therefore س = ٠$

مثال إذا علمت أن : د (س) = أ س^{٣} + ب س^{٢} + جـ وكان :
د$'''$(١)=١٢ د$''$(١)=١٨ د(١)=٩
فأوجد : أ ، ب ، جـ

الحل

د$'$(س)=٣ أ س^{٢} + ٢ ب س

د$''$(س)=٦ أ س + ٢ ب ⟵ د$'''$(س)=٦ أ

∵ د$'''$(١)=١٢ ∴ ٦ أ = ١٢ ∴ أ = ٢

∵ د$''$(١)=١٨ ∴ د$''$(١)=٦ أ + ٢ ب = ١٨ ∵ أ = ٢

∴ ١٢ + ٢ ب = ١٨ ⟵ ∴ ٢ ب = ٦ ⟵ ب = ٣

بالتعويض عن قيمة أ و ب في معادلة الدالة :

∵ د(١)=٩

∴ أ + ب + جـ = ٩ ∴ جـ = ٩-٢-٣ = ٤

تمرين إذا كان : ص = $\sqrt{٢س - ٥}$ أثبت أن :

ص^{٢} ص$''$ = - ١

الحل

ص^{٢} = ٢س - ٥ ⟵ ٢ ص ص$'$ = ٢ (١)

٢ ص ص$''$ + ٢ ص$'$ ص$'$ = ٠

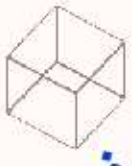
٢ ص ص$''$ + ٢ ص$'^{٢}$ = ٠ من (١)

٢ ص ص$''$ + ٢ $\left(\frac{١}{ص}\right)^{٢}$ = ٠

٢ ص ص$''$ = - ٢ $\left(\frac{١}{ص}\right)^{٢}$

ص$''$ = $-\frac{١}{ص^{٣}}$ ⟵

ص^{٢} ص$''$ = - ١ ⟵



الصف الثاني عشر
الفصل الدراسي الأول

قناة الأستاذ : حمد الرديني
التعليمية على اليوتيوب

تمرين

إذا كان : $\frac{د ص}{د س} = أ \sqrt{ص}$

وكان : $\frac{د^{٢} ص}{د س^{٢}} = ٨$ ، فجد قيمة أ

الحل

$$\frac{د^{٢} ص}{د س^{١}} = \frac{\frac{١}{٢\sqrt{ص}} أ}{د س} \quad \because \quad أ \sqrt{ص} = \frac{د ص}{د س}$$

$$\therefore \frac{د^{٢} ص}{د س^{١}} = \frac{أ \times أ \sqrt{ص}}{٢\sqrt{ص}}$$

$$\therefore أ^{٢} = ٨ \times ٢ = ١٦ \longleftarrow أ = \pm ٤$$

تمرين

إذا كان : $س^{٢} + ص^{٢} = ١$ ، أثبت أن : $ص'' = \frac{-١}{ص^{٣}}$

الحل

$$٢س + ٢ ص ص' = ٠$$

$$\because ص' = \frac{-س}{ص} \quad \therefore \begin{bmatrix} ٢ + ٢ ص ص'' + ٢ ص'^{٢} = ٠ \\ ٢ + ٢ ص ص'' + ٢ ص'^{٢} = ٠ \end{bmatrix}$$

$$\therefore ٢ + ٢ ص ص'' + ٢ \times \frac{س^{٢}}{ص^{٢}} = ٠$$

$$\therefore ٢ ص^{٢} + ٢ ص^{٣} ص'' + ٢ س^{٢} = ٠ \quad \therefore ص^{٢} + ص^{٣} ص'' + س^{٢} = ٠$$

$$\therefore ص^{٣} ص'' + ١ = ٠ \longleftarrow \therefore ص'' = \frac{-١}{ص^{٣}}$$

الرياضيات البحتة — الصف الثاني عشر — الفصل الدراسي الأول — المشتقات من رتب أعلى

تمرين

إذا كان : $ص^{٢} = \frac{س}{س + ١}$ أثبت أن : $ص' = \frac{ص^{٣}}{٢ س^{٢}}$

الحل

$$٢ ص ص' = \frac{س + ١ - س}{(س + ١)^{٢}} \longleftarrow ص' = \frac{١}{٢ ص (س+١)^{٢}} \longleftarrow (١)$$

من المعادلة الأصلية

$$ص^{٢} = \frac{س}{س + ١} \longleftarrow س + ١ = \frac{س}{ص^{٢}}$$

$$(س + ١)^{٢} = \frac{س^{٢}}{ص^{٤}}$$

نعوض في المعادلة رقم (١)

$$ص' = \frac{١}{٢ ص \times \frac{س^{٢}}{ص^{٤}}}$$

$$\therefore ص' = \frac{ص^{٣}}{٢ س^{٢}}$$