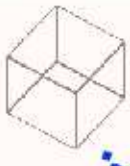


الصف الثاني عشر

الفصل الدراسي الأول

قناة الأستاذ : حمد الرديني

التعليمية على اليوتيوب

١ ـ إذا كانت د (س) قابلة للاشتقاق عند نقطة ، فإنها بالضرورة متصلة عند تلك النقطة .

٢ ـ إذا كانت د (س) قابلة للاشتقاق على فترة ، فإنها بالضرورة متصلة عند تلك الفترة .

٣ ـ إذا كانت د (س) متصلة عند نقطة فليس بالضرورة أن تكون قابلة للاشتقاق عند تلك النقطة .

٤ ـ الدوال الحدودية (ثابتة ، خطية ، تربيعية ، .....) متصلة وقابلة للاشتقاق على ح أو أي فترة في ح .

٥ ـ الدوال النسبية متصلة وقابلة للاشتقاق لجميع قيم

$$س \in ع - \{\text{أصفار المقام}\}$$

٦ ـ الدوال الجبرية التربيعية تكون قابلة للاشتقاق على مجالها .

مثال بين عدم قابلية د (س) للاشتقاق عند س = ١ إذا كانت :

$$ص(س) = \begin{cases} ٥ - ٢س & س > ١ \\ ٣س^{٢} & س \leq ١ \end{cases}$$

الحل أولًا : ندرس الاتصال عند س = ١

[١] $ص(١) = ٣$ [٢] $\lim_{س \to ١^{+}} ص(س) = ٣$ ، $\lim_{س \to ١^{-}} ص(س) = ٣$

$\therefore \lim_{س \to ١} ص(س) = ٣$ ✔ موجودة

الدالة متصلة

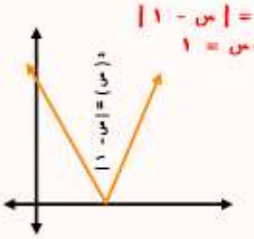
ثانيًا : نبحث الاشتقاق عند س = ١

[١] $ص'(١) = \lim_{هـ \to ٠} \frac{ص(١+هـ) - ص(١)}{هـ} = ٦$ [٢] $ص'(١) = \lim_{هـ \to ٠} \frac{ص(١+هـ) - ص(١)}{هـ} = -٢$

$\because ص'(١) \neq ص'(١)$ ✗

$\therefore$ د (س) غير قابلة للاشتقاق عند س = ١

مثال الشكل المقابل يمثل منحنى د (س) = | س - ١ |
بين عدم قابلية د (س) للاشتقاق عند س = ١



الحل

١ . نبحث الاتصال عند س = ١
(نعيد تعريف الدالة)

$$د(س) = \begin{cases} 1-س & س \le 1 \\ س-1 & س > 1 \end{cases}$$

[١] $د(1) = 0$ [٢] $\lim_{س \to 1^-} د(س) = 0$

$\therefore \lim_{س \to 1} د(س) = د(1)$

⇓

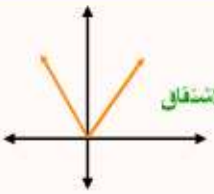
$\lim_{س \to 1} د(س) = 0$ د (س) متصلة عند س = ١

٢ . نبحث الاشتقاق عند س = ١

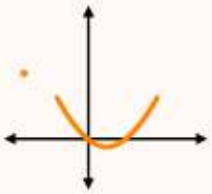
[١] $د'(1^+) = \lim_{هـ \to 0} \frac{د(1+هـ) - د(1)}{هـ} = 1$ [٢] $د'(1^-) = \lim_{هـ \to 0} \frac{د(1+هـ) - د(1)}{هـ} = -1$

$\because د'(1^+) \neq د'(1^-) \Leftarrow$ د (س) غير قابلة للاشتقاق

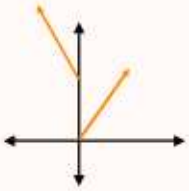
١ . متصلة وغير قابلة للاشتقاق



٢ . متصلة وقابلة للاشتقاق



٣ . غير متصلة وغير قابلة للاشتقاق



مثال إذا كان $د'(3) = 8$ فأوجد :

[١] $\lim_{هـ \to 0} \frac{د(3+هـ) - د(3)}{هـ}$

الحل [١] $د'(3) = \lim_{هـ \to 0} \frac{د(3+هـ) - د(3)}{هـ} = 8$

[٢] $\lim_{هـ \to 0} \frac{د^2(3+هـ) - د^2(3)}{هـ}$

الحل [٢] $= \lim_{هـ \to 0} \frac{(د(3+هـ) - د(3))^2}{هـ} = 2 \times د'(س) \times 8$
$= 16$

[٣] $\lim_{هـ \to 0} \frac{د(3+5هـ) - د(3)}{4هـ}$

الحل نفرض $و = 5هـ \leftarrow هـ = \frac{و}{5}$

$هـ \to 0 \leftarrow و \to 0$

[٣] $\lim_{و \to 0} \frac{د(3+و) - د(3)}{\frac{و}{5} \times 4}$

$\therefore \lim_{و \to 0} \frac{د(3+و) - د(3)}{و} \times \frac{5}{4}$

$= د'(3) \times \frac{5}{4} = 8 \times \frac{5}{4} = 10$

تمرين إثرائي

$$د(س) = \begin{cases} \frac{1}{2}س + \frac{1}{2} & س > 1 \\ \text{لا} & س \le 1 \end{cases}$$

١ . أثبت أن د (س) متصلة عند س = ١

٢ . باستخدام تعريف المشتقة ، ابحث في قابلية الاشتقاق عند س = ١