تمرين

أوجد ميل المماس لمنحنى :

$س^{٢} + ٤ ص^{٢} = ٤$ عند النقطة : $\left(\frac{-١}{\sqrt{٢٧}} ، \sqrt{٢٧} \right)$

الحل

ميل المماس هو : $\frac{ص}{س}$

$\therefore ٢س + ٨ص \frac{ص}{س} = ٠$

$\therefore \frac{ص}{س} = \frac{-٢ س}{٨ ص} = \frac{-٢ \sqrt{٢٧}}{٨ \times \frac{-١}{\sqrt{٢٧}}} = \frac{٢}{٤}$

$= \frac{١}{٢}$

تمرين

إذا كان ميل العمودي على المماس للدالة د (س) عند النقطة (١ ، ٣) يساوي ٢ ، فأوجد $د'(١)$

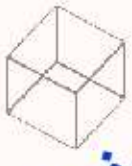
الحل

$د'(١)$ = ميل المماس عند س = ١

∵ ميل العمودي = ٢

$\therefore$ ميل المماس $= \frac{-١}{٢}$

$\therefore د'(١) = \frac{-١}{٢}$



الصف الثاني عشر

الفصل الدراسي الأول

قناة الأستاذ : حمد الرديني

التعليمية على اليوتيوب

إذا تحرك جسم حسب علاقة ما مثل ف (ن) فإن الدالة ف هنا تعطي المسافة التي يقطعها الجسم بعد ن من الثواني ، حيث يتم أيضًا تعريف ما يلي :

١ سرعة الجسم المتوسطة $= \frac{\Delta ف}{\Delta ن} = \frac{ف(ن_٢) - ف(ن_١)}{ن_٢ - ن_١}$

٢ سرعة الجسم اللحظية : $ع(ن) = ف'(ن)$

٣ التسارع المتوسط $= \frac{\Delta ع}{\Delta ن} = \frac{ع(ن_٢) - ع(ن_١)}{ن_٢ - ن_١}$

٤ التسارع اللحظي $= ت(ن) = ع'(ن) = ف''(ن)$

بمعنى : ف(ن) ⟵ (بالاشتقاق) ع(ن) ⟵ (بالاشتقاق) ت(ن)

مثال

يتحرك جسيم حسب العلاقة : ف (ن) = ٣ ن^٢ ، فإذا كانت سرعته المتوسطة في الفترة [٠ ، ب] تساوي ٢٤ سم/ث فأوجد قيمة ب .

الحل

السرعة المتوسطة $= \frac{\Delta ف}{\Delta ن} = \frac{ف(ن_٢) - ف(ن_١)}{ن_٢ - ن_١}$

$= \frac{ف(ب) - ف(٠)}{ب - ٠}$

$\therefore ٢٤ = \frac{٣ ب^٢ - ٠}{ب}$ ⟵ $٢٤ = ٣ ب$

$\therefore ب = ٨$

مثال

يتحرك جسم حسب العلاقة التالية : ف (ن) = ن^٣ + ٤ ن^٢

أجب عما يلي : (١) السرعة المتوسطة

(٢) التسارع المتوسط خلال الفترة [١ ، ٣]

الحل

(١) السرعة المتوسطة $= \frac{ف(ن_٢) - ف(ن_١)}{ن_٢ - ن_١}$

$= \frac{ف(٣) - ف(١)}{٣ - ١} = \frac{(٣٦ + ٢٧) - (٤ + ١)}{٢} = ٢٩$

(٢) التسارع المتوسط $= \frac{\Delta ع}{\Delta ن} = \frac{ع(ن_٢) - ع(ن_١)}{ن_٢ - ن_١}$

$= \frac{ع(٣) - ع(١)}{٣ - ١}$ ⟵ $ع(ن) = ٣ ن^٢ + ٨ن$

$\therefore$ التسارع المتوسط $= \frac{٢٧ + ٢٤ - ١١}{٢} = ٢٠$

مثال

يتحرك جسيم وفق العلاقة : ف $= \frac{١}{٣}$ ن^٣ + ٤ن فأوجد :

١ ـ المسافة المقطوعة بعد ٣ ثواني .

٢ ـ سرعته بعد ٣ ثواني .

٣ ـ التسارع عند ن = ٥

الحل

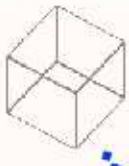
١ ـ ف (ن) $= \frac{١}{٣}$ ن^٣ + ٤ن

ف (٣) = ٩ + ١٢ = ٢١ م

٢ ـ ع (ن) = ف$'$(ن) = ن^٢ + ٤ = ٩ + ٤ = ١٣ م/ث

٣ ـ ت (ن) = ع$'$(ن) = ٢ ن

$\therefore$ ت (٥) = ٢ × ٥ = ١٠ م/ث^٢



الصف الثاني عشر

الفصل الدراسي الأول

قناة الأستاذ : حمد الرديني

التعليمية على اليوتيوب

مثال إذا كانت المسافة التي يقطعها جسيم بعد ن من الثواني تعطى وفق العلاقة التالية :

ف (ن) = $\frac{1}{3}$ ن^{3} - ٣ ن^{2} + ٥ن + ١٢ احسب :

(١) السرعة عندما ينعدم التسارع (٢) التسارع عندما تنعدم السرعة

الحل

(١) انعدام التسارع يعني : ت(ن)=صفر

∴ ف (ن) = $\frac{1}{3}$ ن^{3} - ٣ ن^{2} + ٥ن + ١٢

∴ ع (ن) = ن^{2} - ٦ن + ٥

∵ ت (ن) = ٢ن - ٦ = صفر

∴ ن = ٣

∴ ع (٣) = ٩ - ١٨ + ٥ = -٤

(٢) انعدام السرعة يعني : ع (ن) = صفر

∴ ن^{2} - ٦ن + ٥ = ٠ ← (ن - ٥) (ن - ١) = ٠

ن = ٥

ت (ن) = ٢ × ٥ - ٦

= ٤ م/ث^{2}

ن = ١

ت (ن) = ٢ × ١ - ٦

= - ٤ م / ث^{2}

تدريب

يتحرك جسم حسب العلاقة التالية :

ف (ن) = $\frac{1}{3}$ ن^{3} - ٢ ن^{2} + ٨ ن - ٥

احسب التسارع عندما تكون السرعة تساوي ٢٠ م/ث

الحل

ع (ن) = ن^{2} - ٤ن + ٨ = ٢٠ ⟵ ن^{2} - ٤ن - ١٢ = ٠

(ن - ٦) (ن + ٢) = ٠

∴ ن = ٦ ن = - ٢ مرفوض

∴ ت (ن) = ٢ن - ٤ ⟵ ت (٦) = ٢ × ٦ - ٤

= ١٢ - ٤

= ٨ م/ث^{2}

تدريب قذف جسم رأسياً لأعلى ، فتحرك حسب العلاقة :

ف (ن) = ٦٠ن - ٥ ن^{2} ، احسب سرعة الجسم عندما يكون الجسم على ارتفاع ١٠٠ م

الحل

∵ ف = ١٠٠

∴ ٦٠ن - ٥ ن^{2} = ١٠٠

∴ ٥ ن^{2} - ٦٠ن + ١٠٠ = ٠ ⟵ ن^{2} - ١٢ن + ٢٠ = ٠

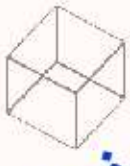
∴ (ن - ٢) (ن - ١٠) = ٠

ن = ٢ ن = ١٠

ع (ن) = ٦٠ - ١٠ ن ع (١٠) = ٦٠ - ١٠ × ١٠

ع (٢) = ٦٠ - ١٠ × ٢ = ١٠٠ - ٦٠

= ٤٠ م / ث = - ٤٠ م/ث



الصف الثاني عشر

الفصل الدراسي الأول

قناة الأستاذ : حمد الرديني

التعليمية على اليوتيوب