قاعدة السلسلة

١. تعريف الدالة المركبة

حيث تعتبر (د ○ هـ)(س) دالة مركبة وتقرأ : د بعد هـ

وتساوي د (هـ(س)) أي أننا نعوض هـ(س) في كل س في الدالة د

مثال

إذا كان : د(س) = ٣س + ١ ، هـ(س) = س^{٢} + ١ فأوجد:

(١) (د○هـ)(س) (٢) (هـ○د)(س)

الحل

[١] $(د ○ هـ)(س) = د(هـ(س))$

$= ٣(س^{٢} + ١) + ١ = ٣س^{٢} + ٣ + ١$

$= ٣س^{٢} + ٤$

[٢] $(هـ ○ د)(س) = هـ(د(س))$

$= (٣س + ١)^{٢} + ١$

$= ٩س^{٢} + ٦س + ١ + ١$

$= ٩س^{٢} + ٦س + ٢$

(٢) قاعدة مشتقة الدالة المركبة

ويرمز لمشتقة الدالة المركبة بالرمز :

$$(هـ \circ د)'(س) = هـ'(د(س)) \times د'(س)$$

مثال

إذا كان : $د(س) = ٣س + ١$

$هـ(س) = س^{٢} + ١$

فأوجد : (١) $(د \circ هـ)'(س)$

(٢) $(هـ \circ د)'(س)$

الحل

(١) $(د \circ هـ)'(س) = د'(هـ(س)) \times هـ'(س)$

$د'(س) = ٣$ $هـ'(س) = ٢س$

$= د'(س^{٢}+١) \times ٢س = ٣ \times ٢س = ٦س$

---

(٢) $(هـ \circ د)'(س) = هـ'(د(س)) \times د'(س)$

$= هـ'(٣س + ١) \times ٣$

$= ٢(٣س + ١) \times ٣$

$= ١٨س + ٦$

تدريب

إذا كان : $د(٢) = ٤$ ، $د'(٥) = ٨$ ، $هـ(٢) = ٥$

$هـ'(٢) = ٦$ ، $د'(٢) = ١٥$ ، $هـ'(٤) = ١٢$

فأوجد : (١) $(د \circ هـ)'(٢)$ (٢) $(هـ \circ د)'(٢)$

الحل

(١) $(د \circ هـ)'(٢) = د'(هـ(٢)) \times هـ'(٢)$

$= د'(٥) \times ٦$

$= ٨ \times ٦ = ٤٨$

(٢) $(هـ \circ د)'(٢) = هـ'(د(٢)) \times د'(٢)$

$= هـ'(٤) \times ١٥$

$= ١٢ \times ١٥ = ١٨٠$

تمرين

إذا كان : $د(س) = \frac{٧س}{٢ + ٥س}$ ، $هـ(س) = س^{٢}$

أوجد : $(هـ \circ د)'(س)$

الحل

$هـ'(س) = ٢س$ ، $د'(س) = \frac{١٤}{(٢+٥س)^{٢}}$

$(هـ \circ د)'(س) = هـ'(د(س)) \times د'(س)$

$= هـ'\left(\frac{٧س}{٢+٥س}\right) \times \frac{١٤}{(٢+٥س)^{٢}}$

$= ٢ \times \frac{٧س}{٢+٥س} \times \frac{١٤}{(٢+٥س)^{٢}} = \frac{١٩٦ س}{(٢+٥س)^{٣}}$