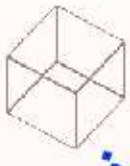


الصف الثاني عشر

الفصل الدراسي الأول

قناة الأستاذ : حمد الرديني

التعليمية على اليوتيوب



١ . إذا كانت د ( س ) = جـ ، حيث جـ ∈ ح فإن $ع'(س) = ٠$

مثال (١) د ( س ) = ٥ ← د′( س ) = صفر

(٢) د ( س ) = $\pi$ ← د′( س ) = صفر

٢ . إذا كانت د ( س ) = $س^{ن}$ فإن : $ع'(س) = ن س^{ن-١}$ ، ن ∈ ح

مثال (١) د ( س ) = $س^{٢}$ ← د′( س ) = ٢ س

(٢) د ( س ) = $س^{٤}$ ← د′( س ) = ٤ $س^{٣}$

٣ . إذا كانت : د ( س ) = أ $س^{ن}$ : $ع'(س) = ن أ س^{ن-١}$

ن ∈ ح ، أ ≠ ٠

مثال (١) د ( س ) = ٣ $س^{٢}$ ← د ( س ) = ٩ $س^{٢}$

(٢) د ( س ) = ٥ $س^{١}$ ← د ( س ) = ١٠ س

٤ . إذا كانت : د ( س ) = ق ( س ) ± هـ ( س )

فإن : د′( س ) = ق′( س ) ± هـ′( س )

مثال د ( س ) = ٥ $س^{٤}$ + ٤ س + ١٤ أوجد د′( س ) ، د′( ١ )

الحل د′( س ) = ٢٠ $س^{٣}$ + ٤

د′( ١ ) = ٢٠ × ١ + ٤ = ١٤

٥ . إذا كان : د ( س ) = ل ( س ) × م ( س ) فإن :

د′( س ) = ل ( س ) × م′( س ) + م ( س ) × ل′( س )

مثال إذا كان د ( س ) = ( ٣ $س^{٢}$ + ٥ ) × ( ٦ س - $س^{٣}$ ) فأوجد د′(١)

الحل $ع'(س) = (٣س^{٢} + ٥)(٦ - ٢س) + ٦س(٦س - س^{٢})$

$ع'(س) = ٤٨ × ٦ + (-٦)$

= ٣٢ + ٣٠

= ٦٢

٦ . إذا كانت د ( س ) = $\frac{ل(س)}{م(س)}$ ∴ $ع'(س) = \frac{م(س) \times ل'(س) - ل(س) \times م'(س)}{(م(س))^{٢}}$

مثال إذا كان : د ( س ) = $\frac{٥س^{٢}+١}{(٢س+١)}$ أوجد د′( س ) ، د′( ١ )

الحل $ع'(س) = \frac{(٢س+١) \times ١٠س - (٥س^{٢}+١) \times ٢}{(٢س+١)^{٢}}$ ∴ $ع'(١) = \frac{٣ \times ١٠ - ٦ \times ٢}{٩}$

مثال إذا كان : ق ( ٢ ) = ٥ ، ق′ ( ٢ ) = ٣ ، هـ ( ٢ ) = ١ ، هـ′ ( ٢ ) = - ٤ فأوجد مايلي :

١ $(٣ن + ٢هـ)'(٢)$

الحل

$(٣ق - ٢هـ)'(٢) = ٣ ق'(٢) - ٢ هـ'(٢)$

$= ٣ \times ٣ - ٢ \times -٤$

$= ٩ + ٨ = ١٧$

٢ $(ن . هـ)'(٢)$

$= (ق . هـ)'(٢)$

$= ق(٢) \times هـ'(٢) + هـ(٢) \times ق'(٢)$

$= ٥ \times -٤ + ١ \times ٣$

$= -٢٠ + ٣ = -١٧$

٣ $\left(\frac{ن}{هـ}\right)'(٢)$

$\left(\frac{ن}{هـ}\right)'(٢) =$

$\frac{هـ(٢) \times ن'(٢) - ن(٢) \times هـ'(٢)}{(هـ(٢))^{٢}}$

$= \frac{١ \times ٥ - ٣ \times -٤}{١^{٢}}$

$= \frac{٢٠ + ٣}{١} = ٢٣$

٤ $\left(\frac{ن+٤}{هـ}\right)'(٢)$

$\left(\frac{ن+٤}{هـ}\right)'(٢) =$

$\frac{هـ(٢) \times ن'(٢) - (ن(٢) + ٤) \times هـ'(٢)}{(هـ(٢))^{٢}}$

$= \frac{١ \times ٥ - ٣ \times (٥ + ٤)}{١^{٢}}$

$= \frac{٣ + ٣٦}{١} = ٣٩$

الرياضيات البحتة — الصف الثاني عشر — الفصل الدراسي الأول — قواعد الاشتقاق

مثال إذا كان : ق (٣) = ٢ ، ق′ (٣) = ٥ وكان :

(١) هـ (س) = $س^{٢}$ . ق (س) فأوجد : هـ′ (٣)

الحل

هـ′ (س) = $س^{٢}$ × ق′ (س) + ق (س) × ٢س

هـ′ (٣) = ٩ × ٥ + ٢ × ٦

= ٤٥ + ١٢ = ٥٧

(٢) ق (س) = أ $س^{٢}$ - ٧ س + ٨ وكان ق′ (١) = ٤

فأوجد قيمة أ

الحل

ق′ (س) = ٣ أ $س^{٢}$ - ١٤ س

∵ ق′ (١) = ٤ ∴ ٣أ - ١٤ = ٤

∴ ٣أ = ١٨ ∴ أ = ٦

(٣) هـ (س) = $\frac{٨س}{ق(س)}$ + ٦ق (س) فأوجد : هـ′ (س)

الحل

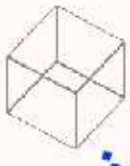
$هـ'(س) = \frac{ق(س) \times ٨ - ٨س \times ق'(س)}{(ق(س))^{٢}} + ٦ ق'(س)$

سنوجد الآن هـ′(٣)

$\therefore هـ'(٣) = \frac{٢ \times ٨ - ٢٤ \times ٥}{٤} + ٦ \times ٥$

$= \frac{١٦ - ١٢٠}{٤} + ٣٠$

$= ٤$



الصف الثاني عشر

الفصل الدراسي الأول

قناة الأستاذ : حمد الرديني

التعليمية على اليوتيوب



تدريب

إذا كان : د (س) = أ س$^{٢}$ + ٢ أ س

وكان : د$'$ (٤) = ٤٠ فأوجد أ

الحل

د$'$ (س) = ٢أ س + ٢ أ

∵ د$'$ (٤) = ٤٠

∴ ٨أ + ٢أ = ٤٠

١٠أ = ٤٠ ← أ = ٤

تدريب

إذا كان : د (س) = أ س$^{٢}$ + ٥س + جـ ، وكان :

د (١) = ٣ ، د$'$ (١) = ٧ فأوجد أ ، جـ

الحل

د(س) = أس$^{٢}$ + ٥س + جـ ∵ د(١) = ٣

∴ أ + ٥ + جـ = ٣ ∴ أ + جـ + ٥ = ٣ ①

د$'$(س) = ٢أس + ٥ ∵ د$'$(١) = ٧

∴ ٢أ = ٢ ∴ أ = ١

∴ نعوض أ = ١ في ①

∴ ١ + جـ + ٥ = ٣ ← جـ = ٣ − ٦ ⇐ جـ = −٣

**تمرين**

إذا كانت : $ن(س) = \begin{cases} س^{٢} + ١ & س > ١ \\ س^{٢} + ٤ & ١ \geq س > ٤ \\ ٥س & س \leq ٤ \end{cases}$

فأوجد ① $ن'(-٢)$ ② $ن'(٣)$ ③ $ن'(٤)$

**الحل**

$ن'(س) = \begin{cases} ٣س^{٢} & س > ١ \\ ٢س & ١ > س > ٤ \\ ٥ & س < ٤ \end{cases}$

① $ق'(-٢) = ٣ \times ٤ = ١٢$

② $ق'(٣) = ٢ \times ٣ = ٦$

③ $ق'(٤)$ نقطة تحول

∴ أولًا : نبحث الاتصال عند س = ٤

① $ن(٤) = ٢٠$ ② $\lim_{س \to ٤^{+}} ن(س) = ٤ \times ٥ = ٢٠$ ، $\lim_{س \to ٤^{-}} ن(س) = ٤ \times ١٦ = ٢٠$

∴ د (س) متصلة عند س = ٤

ثانيًا : نبحث الاشتقاق عند س = ٤

∴ $ن'_{+}(٤) = ٥$ ، $ن'_{-}(٤) = ٢ \times ٤ = ٨$

∵ $ن'_{+}(٤) \neq ن'_{-}(٤)$

∴ $ن'(٤)$ غير موجودة

الرياضيات البحتة الصف الثاني عشر الفصل الدراسي الأول قواعد الاشتقاق

**تمرين إثرائي**

إذا كانت : $ن(س) = \begin{cases} أس^{٢} + ٨س & س \geq ٢ \\ س^{٣} + ب & س < ٢ \end{cases}$

فأوجد أ ، ب إذا كان د (س) قابلة للاشتقاق عند س = ٢