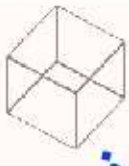


الصف الثاني عشر

الفصل الدراسي الأول

قناة الأستاذ : حمد الرديني

التعليمية على اليوتيوب

تمرين ورقة مستطيلة الشكل ، تحتوي ٥٠ سم^{٢} من المادة المطبوعة ، وهوامش في رأس الورقة وأسفلها مقداره ٤ سم ، وهوامش في كلا الجانبين مقداره ٢ سم . أوجد بعدي الورقة لتكون المساحة الكلية اقل ما يمكن .

الحل المساحة الكلية : مساحة الورقة + الهوامش

م = مساحة الورقة المطبوعة + الهوامش ١

نفرض أن طول المادة المطبوعة : س نفرض أن عرض المادة المطبوعة : ص

مساحة المادة المطبوعة = س × ص = ٥٠ ..... ٢

م = (طول الورقة + الهوامش) (عرض الورقة + الهوامش) ⟵ م = (س + ٤) (ص + ٨)

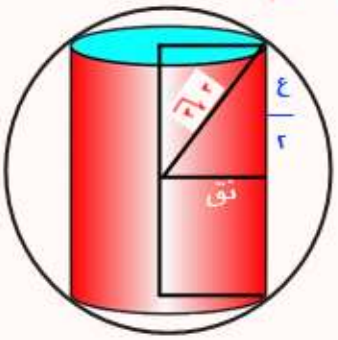
م = س ص + ٨ س + ٤ ص + ٣٢ ⟵ من معادلة رقم ٢ ⟵ $ص = \frac{٥٠}{س}$

$\therefore م = س \times \frac{٥٠}{س} + ٨س + ٤ \times \frac{٥٠}{س} + ٣٢ \longleftarrow \therefore م = ٥٠ + ٨س + \frac{٢٠٠}{س} + ٣٢$

$\therefore م = ٨س + \frac{٢٠٠}{س} + ٨٢ \longleftarrow م' = ٨ - \frac{٢٠٠}{س^{٢}} = ٠ \longleftarrow$ س = ٥ ⟵ نعوض ف معادلة رقم ٢

$\therefore$ ص = ١٠ ⟵ بعدي الورقة : ٥ ، ١٠ سم ⟵ للتأكد : $م'' = \frac{٤٠٠}{س^{٣}}$ عند : س = ٥ > صفر قيمة صغرى

تمرين أوجد ارتفاع الاسطوانة ذات أكبر حجم والتي يمكن رسمها داخل كرة نصف قطرها = $3\sqrt{3}$ سم



الحل

نفرض أن ارتفاع الاسطوانة : ع نفرض أن نصف قطر الاسطوانة : نق

$$ح = \pi \, نق^{٢} \, ع \quad \ldots\ldots ١$$

من خلال الشكل : من نظرية فيثاغورث :

$$\left(\frac{ع}{٢}\right)^{٢} + نق^{٢} = ٣ \times ٩ = ٢٧ \quad \ldots\ldots ٢$$

$$\therefore نق^{٢} = ٢٧ - \frac{١}{٤} ع^{٢}$$

$$\therefore ح = (٢٧ - \frac{١}{٤} ع^{٢}) \times ع \times \pi \longrightarrow ح = ٢٧ \pi ع - \frac{١}{٤} \pi ع^{٣}$$

$$\therefore ح' = ٢٧ \pi - \frac{٣}{٤} \pi ع^{٢} = ٠ \longrightarrow ع^{٢} = ٢٧ \times \frac{٤}{٣} \therefore ع = ٦$$

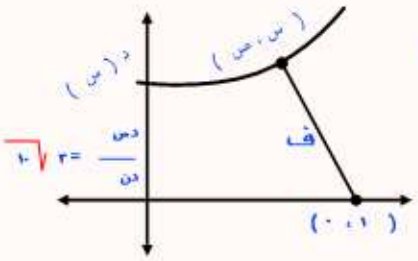
للتأكد : $ح'' = -\frac{٣}{٢} \pi ع$ عند ع = ٦

$\therefore ح'' <$ صفر ← قيمة عظمى

الرياضيات البحتة — الصف الثاني عشر — الفصل الدراسي الأول — مراجعة على التطبيقات والمعدلات الزمنية

تمرين تتحرك نقطة على منحنى الدالة : د (س) = $\sqrt{س^{٢} + ٥}$ بحيث يزداد إحداثيها السيني بمعدل $3\sqrt{10}$ سم / ث

أوجد معدّل تغيّر بعدها عن النقطة (١ ، ٠) عندما س = ٢



الحل

نفرض أن النقطة المتحركة على الدالة هي (س ، ص) وعليه فإن المسافة بين النقطة والنقطة (١ ، ٠) هي ف .

المطلوب : $\frac{دف}{دن}$ عند س = ٢ ∴ نجد ف باستخدام قانون البعد بين نقطتين :

$$ف = \sqrt{(س - ١)^{٢} + (ص - ٠)^{٢}} \Leftarrow ف = \sqrt{س^{٢} - ٢س + ١ + ص^{٢}}$$

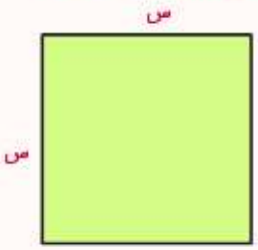
$$\because ص = \sqrt{س^{٢} + ٥} \Leftarrow ص^{٢} = س^{٢} + ٥$$

$$ف = \sqrt{س^{٢} - ٢س + ١ + س^{٢} + ٥} \Leftarrow ف = \sqrt{٢س^{٢} - ٢س + ٦}$$

$$\therefore \frac{\frac{دس}{ن٨} (٤س - ٢)}{٢\sqrt{٢س^{٢} - ٢س + ٦}} = \frac{دف}{ن٨}$$

$$= \frac{٣\sqrt{١٠} \times (٢ - ٢ \times ٤)}{٢\sqrt{٢ \times ٢ - ٤ \times ٢ + ٦}} = \frac{\sqrt{١٨}}{\sqrt{٢}} = ٩ \text{ سم / ث}$$

تمرين طول ضلع مربع يزداد بانتظام بمعدّل ٠,١ سم / ث ، فبأي معدّل تزداد مساحته عندما يكون ضلعه = ١٠سم



الحل نفرض أن طول الضلع : س

$\frac{د س}{د ن} = ٠,١$ سم / ث المطلوب : $\frac{د م}{د ن}$

∵ م = س ^{٢} ⟸ $\frac{د م}{د ن} = ٢س \frac{د س}{د ن}$

= ٢ × ١٠ × ٠,١

= ٢سم / ث