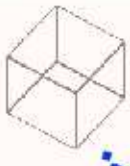


الصف الثاني عشر

الفصل الدراسي الأول

قناة الأستاذ : حمد الرديني

التعليمية على اليوتيوب

ملاحظات في التطبيقات الهندسية للمشتقة

١ . مشتقة أي دالة عند نقطة تساوي ميل مماس الدالة عند هذه النقطة .

٢ . ميل مماس الدالة عند أي نقطة يساوي ظل الزاوية التي يصنعها المماس مع محور السينات .

٣ . معادلة المماس لأي منحنى عند النقطة $(س_١ ، ص_١)$ تعطى:

$ص - ص_١ = م (س - س_١)$ حيث م : ميل المماس .

٤ . معادلة المماس العمودي :

$ص - ص_١ = -\frac{١}{م} (س - س_١)$ حيث $-\frac{١}{م}$: ميل العمودي.

مثال

إذا كانت : $د(س) = ٣س^{٢} + ٤$ فأوجد ميل مماس د(س) عند س = ٤

الحل

ميل المماس = $د'(س)$ ⟵ $د'(س) = ٦س$

$\therefore د'(٤) = ٦ \times ٤ = ٢٤$

مثال

إذا كان : $د(س) = \sqrt{س^{٢} + ٣}$ فأوجد ميل مماس د(س) عند س = ١

الحل

$$د'(س) = \frac{٢س}{٢\sqrt{س^{٢} + ٣}} \longleftarrow د'(١) = \frac{٢}{٢ \times ٢} = \frac{١}{٢}$$

تدريب

إذا كانت معادلة المماس لمنحنى د(س)عند (٣ ، ٤) هي :

٢س + ٥ص = ١٦ فأوجد د′(٣)

الحل

نوجد الميل لأنه = د′(س)

∴ ص = $-\frac{٢}{٥}$ س + $\frac{١٦}{٥}$ ⟵ ∴ م = $-\frac{٢}{٥}$

∴ د′(٣) = $-\frac{٢}{٥}$

تدريب

إذا علمت أن : د(س)=٢ أ س^{٢} + ٤ س ، وكان ميل مماس د(س)عند

س = ٢ يساوي ٦ فأوجد أ

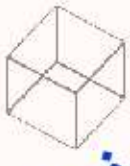
الحل

م $|_{س=٢}$ = ٦

∴ د′(س)=٤أ س + ٤

∴ د′(٢)=٨أ + ٤ = ٦

∴ ٨أ = ٢ ⟵ أ = $\frac{١}{٤}$



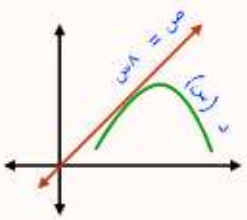
الصف الثاني عشر

الفصل الدراسي الأول

قناة الأستاذ : حمد الرديني

التعليمية على اليوتيوب

تدريب إذا كان المستقيم ص = ٨ س ، يمس المنحنى : د(س)=٢ س^{٢}+ أ فأوجد قيمة أ



الحل معلومة مهمّة دائمًا عند نقطة التماس فإن :

ميل المستقيم (المماس) = د′(س)

∴ ٨ = ٤ س

∴ س = ٢

وأيضاً : عند نقطة التماس فإن : قيمة ص للمستقيم = د(س)

∴ ص = د(س) عند س = ٢

∴ ٨س = ٢ س^{٢}+ أ عند س = ٢ ⟵ ∴ ١٦ = ٨ + أ ⟵ ∴ أ = ٨

انتبه حتى نجد معادلة المماس ، نحتاج إلى نقطة التماس مع د (س) في (س، ص) ، وكذلك ميل المماس = د′(س)

الرياضيات البحتة الصف الثاني عشر الفصل الدراسي الأول التفسير الهندسي للمشتقة

تمرين أوجد معادلة المماس للمنحنى : ص^{٢} = ١٦ س عند النقطة التي يكون فيها المماس موازيًا للمستقيم : ص = ٣ - ٢س

الحل

معادلة المماس : ص - ص$_{١}$ = م (س - س$_{١}$) نوجد الميل والنقطة (س$_{١}$،ص$_{١}$)

∵ المماس يوازي مستقيم : ص = ٣ - ٢ س ∵ ميل المماس = - ٢ ∴ ميل المماس = - ٢

∵ ميل المماس = د′(س) عند نقطة التماس ∴ - ٢ = ص′ ⟵ نقوم باشتقاق معادلة المنحنى

ص′ ⟵ ٢ ص ص′ = ١٦ ⟵ ص′= ١٦ / ٢ ص ⟵ -٢= ١٦ / ٢ ص ⟵ -٤ص = ١٦

∴ ص = -٤

نقوم الآن بإيجاد س من خلال التعويض عن قيمة ص في معادلة المنحنى : ١٦ = ١٦ س ⟵ س = ١

∴ معادلة المماس : (ص + ٤) = - ٢(س - ١) ⟵ ص = -٢س - ٢

تمرين

أوجد ميل المماس لمنحنى :

$س^{٢} + ٤ ص^{٢} = ٤$ عند النقطة : $\left(\frac{-١}{\sqrt{٢٧}} ، \sqrt{٢٧} \right)$

الحل

ميل المماس هو : $\frac{ص}{س}$

$\therefore ٢س + ٨ص \frac{ص}{س} = ٠$

$\therefore \frac{ص}{س} = \frac{-٢ س}{٨ ص} = \frac{-٢ \sqrt{٢٧}}{٨ \times \frac{-١}{\sqrt{٢٧}}} = \frac{٢}{٤}$

$= \frac{١}{٢}$

تمرين

إذا كان ميل العمودي على المماس للدالة د (س) عند النقطة (١ ، ٣) يساوي ٢ ، فأوجد $د'(١)$

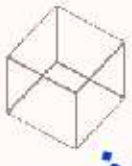
الحل

$د'(١)$ = ميل المماس عند س = ١

∵ ميل العمودي = ٢

$\therefore$ ميل المماس $= \frac{-١}{٢}$

$\therefore د'(١) = \frac{-١}{٢}$



الصف الثاني عشر

الفصل الدراسي الأول

قناة الأستاذ : حمد الرديني

التعليمية على اليوتيوب