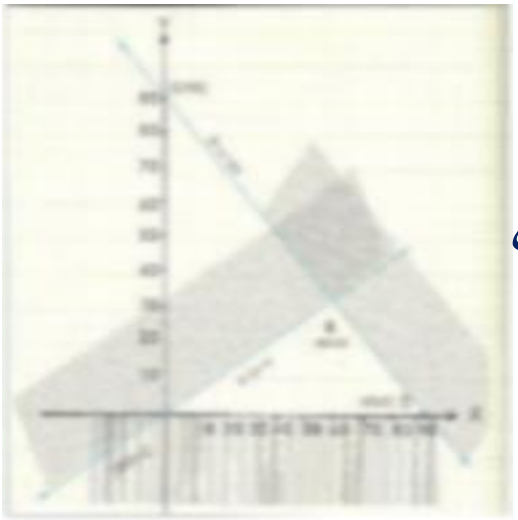
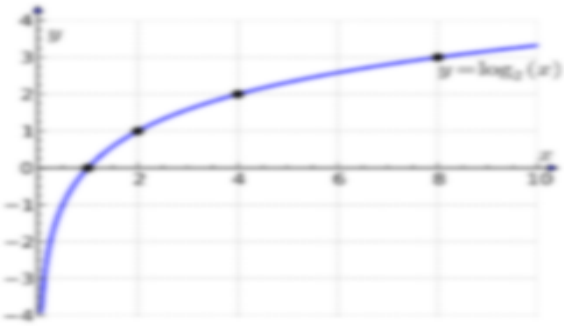
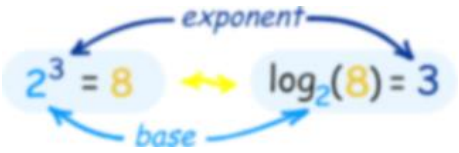


الأستاذ: حمد بن عبدالله الرديني

معلم رياضيات



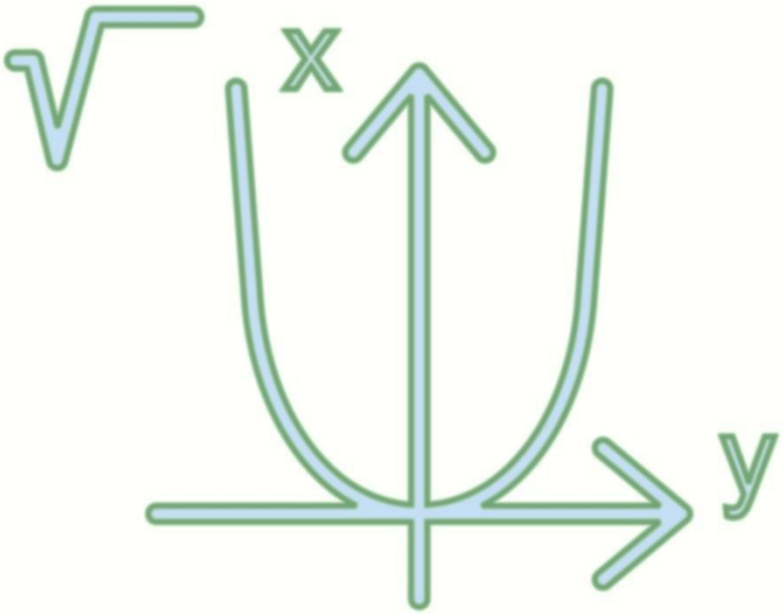
محافظة شمال الباطنة



مدرسة أبو طلحة الأنصاري (١٠ – ١٢)

ملاحظة: كل الدروس في هذا الكتيب ستكون مشروحة في القناة على اليوتيوب. (الأستاذ: حمد الرديني) ... رابط القناة

https://www.youtube.com/channel/UCTfkqh8pITjOMRBs1qA84wQ?view_as=subscriber



كتيب الطالب في مادة الرياضيات

الصف الحادي عشر

التطبيقية

الفصل الدراسي الثاني

الوحدة الرابعة

مقدمة في مبادئ الاقتصاد

٢٠٢١ / ٢٠٢٠

Designed by pngtree

الأستاذ: حمد بن عبدالله بن علي الرديني - معلم رياضيات - محافظة شمال الباطنة – 99334198 - Haah959@gmail.com قناتي في اليوتيوب: الأستاذ حمد الرديني

أهداف الوحدة

١) تعريف وفهم الطلب والعرض ورسم رسوم بيانية وجداول الطلب والعرض .

٢) فهم مرونة الطلب والعرض وتحديدهما .

٣) تقويم حالات دراسة حول الطلب والعرض والأسعار .

٤) تعريف الاحتكار وفهمه .

٥) تعريف التضخم وفهمه .

٦) تعريف الناتج القومي الإجمالي GDP وفهمه .

الدرس الأول : الطلب

الـــطـــلـــب :هو الكميات التي يكون المستهلكون راغبون وقادرون على شرائها عند الأسعار المختلفة لها في فترة

عـنـــاصـر الـطـلـب :

القدرة على الشراء ← الرغبة في الشراء ← ارتباطها بمدة زمنية

قانون الطلب Demand Law

ينص قانون الطلب على أن " الكمية المطلوبة في سلعة معينة تتغير تغيراً عكسياً بوجه عام ، مع تغير السعر الذي تباع السلعة به في السوق ، فتزيد بانخفاضه و تقل بارتفاعه "

فمثلا في موسم التمور : بداية يكون سعر التمر مرتفعا رغم كميته القليلة ومع مرور الوقت تصبح الكمية كبيرة والسعر منخفض ...

وبشكل عام

ترجع العلاقة العكسية بين الثمن والكمية المطلوبة إلى الأسباب الآتية :

١) إن انخفاض الثمن يؤدي إلى جذب مشترين جدد، حيث تتمكن شريحة جديدة من المستهلكين من شراء السلعة، وبالتالي تزيد الكمية المطلوبة، كما أن ارتفاع السلعة يؤدي إلى عدم قدرة بعض الشرائح على شراء نفس الكمية من السلعة، مما يؤدي إلى انخفاض الكمية المطلوبة.

٢) ارتفاع ثمن السلعة يترتب عليه أن المستهلك يبحث عن سلعة بديلة يحلها محل السلعة التي ارتفع ثمنها.

العوامل المؤثرة على منحنى الطلب :

- عدد المستهلكين
- أسعار السلع البديلة
- تغير سعر السلعة
- دخل المستهلكين
- أذواق المستهلكين

المرونة هي مقياس لدرجة استجابة الكمية المطلوبة من سلعة معينة للتغير إذا تغير العامل المؤثر عليها.

و يمكن التعبير عنها رياضياً على النحو التالي :

$$\text{المرونة } |م| = \left| \frac{\text{التغير النسبي في الكمية المطلوبة}}{\text{التغير النسبي في العامل المؤثر}} \right| = \left| \frac{ك_{٢} - ك_{١}}{ك_{١}} \div \frac{س_{٢} - س_{١}}{س_{١}} \right|$$

حيث :

$ك_{٢}$: الكمية المطلوبة تالياً .

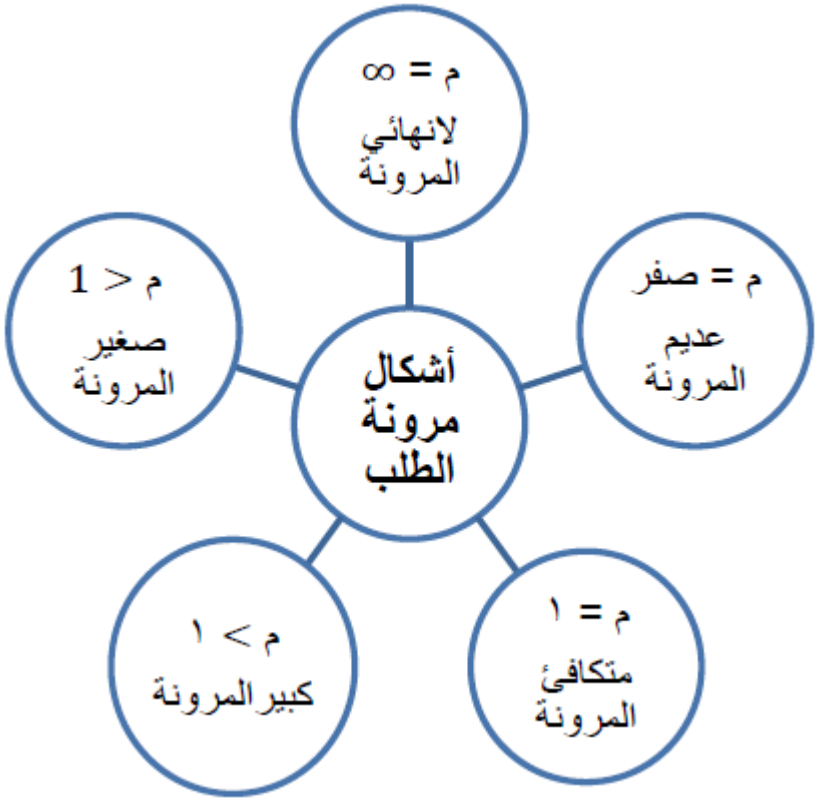
$ك_{١}$: الكمية المطلوبة سابقاً .

س : السعر الجديد.

$س_{١}$: السعر القديم.

أنواع مرونة الطلب

- **مرونة الطلب السعرية** — أي درجة استجابة سعر السلعة مع تغير الكمية
- **مرونة الطلب الداخلية** — أي درجة استجابة سعر السلعة مع دخل المستهلكين
- **مرونة الطلب التقاطعية** — أي درجة استجابة الكمية مع أسعار السلع البديلة



معلومات تهمك حول منحنى الطلب:

- يعبر عنه بمنحنى وليس بنقطة واحدة.
- ميل منحنى الطلب سالب
- يبين الحد الأقصى من الكميات أي أن الكميات فوق المنحنى لا يمكن شراؤها
- يتحدد على نحو دقيق جدا بمعنى أنه لكل ثمن كمية محددة يمكن

العلاقة بين السعر والايراد الكلي

- إذا كانت مرونة الطلب ضعيفة فإن العلاقة بين السعر والايراد الكلي **علاقة طردية**
- إذا كانت مرونة الطلب كبيرة فإن العلاقة بين السعر والايراد الكلي **علاقة عكسية**
- إذا كانت مروتة لطلب متكافئة فإن العلاقة بين السعر والايراد الكلي **لا تتغير.**

الأستاذ: حمد بن عبدالله بن علي الرديني - معلم رياضيات - محافظة شمال الباطنة – 99334198 - Haah959@gmail.com قناتي في اليوتيوب: الأستاذ حمد الرديني

مثال : بالاستعانة بجدول الطلب الآتي أوجد مرونة الطلب . ثم وضّح نوع الشكل .

الكمية	السعر
٦	٥
٧	٥

مثال : بالاستعانة بجدول الطلب الآتي أوجد مرونة الطلب .

الكمية	السعر
٦	٧
٧	٦

تمارين :

١) الكميات التي يكون المستهلكون راغبون و قادرون على شرائها عند الأسعار المختلفة لها، في فترة زمنية معينة تعرّف بـ :

أ) الطلب. ب) العرض. ج) الاحتكار. د) التضخم.

في سنة ٢٠٠٨م نتيجةً لزيادة الطلب على الإسمنت المحلي ارتفع سعر كيس الإسمنت من١,٥٠٠ريال عماني إلى ٣,٥٠٠ ريال عماني . يطلق على هذه الحالة بالتضخم :

أ) الداخلي ب) المتدرج ج) المكبوت د) الجامح

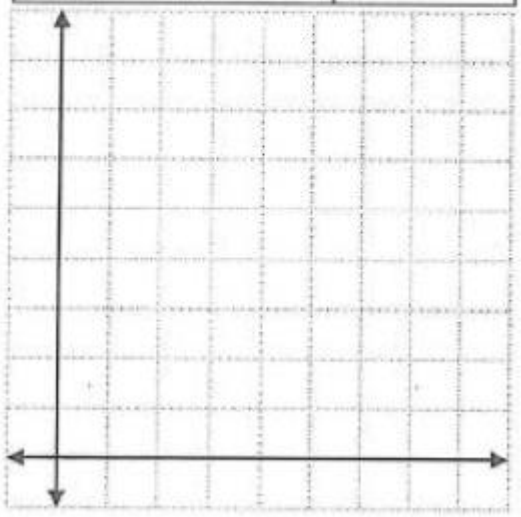
٢) إذا تغيرت الكمية المعروضة لسلعة ما من ٥ الى ١٥ وكانت مرونة العرض تساوي ٣، فإن التغير النسبي لسعر السلعة يساوي:

أ) ٣ ب) ٢ ج) $\frac{٣}{٢}$ د) $\frac{٢}{٣}$

ب) بالاستعانة بجدول الطلب المقابل الذي يوضح الطلب على الأراضي بمخطط سكني ما، في أحد المكاتب العقارية.

احسب مرونة الطلب ثم حدد نوعها، مع التوضيح بالرسم.

الكمية	السعر بآلاف الريالات
٤	٤
١٢	٨

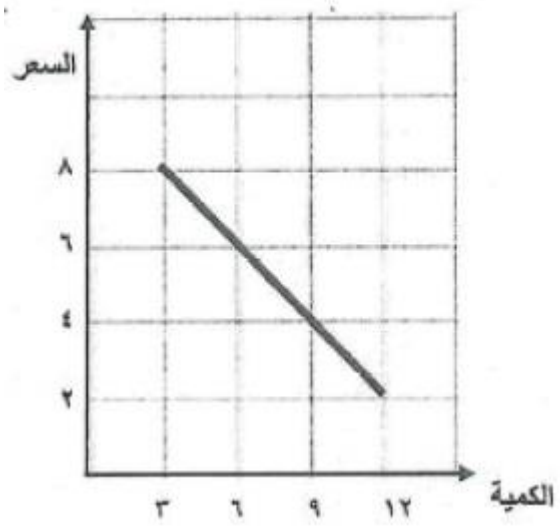


قررت خديجة رفع عدد الملابس المعروضة في محلها من ٤٠ قطعة إلى ١١٠ قطع ؛ وذلك لأن سعرها ارتفع من ١,٥ ريال إلى ٢,٥ ريال ، احسب مرونة هذا العرض ، ثم حدد شكله.

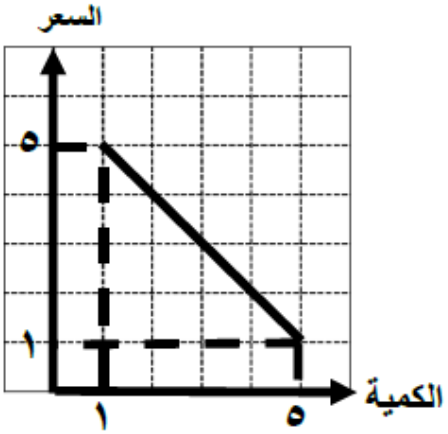
١) الكميات التي يكون المستهلكون راغبون و قادرون على شرائها عند الأسعار المختلفة لها، في فترة زمنية معينة تعرّف بـ :

أ) الطلب. ب) العرض. ج) الاحتكار. د) التضخم.

من الرسم المقابل، احسب مرونة العرض، وحدد نوعها.



في الشكل المقابل يكون شكل مرونة الطلب:



أ) كبير المرونة　　ب) عديم المرونة

ج) ضعيف المرونة　　د) متكافئ المرونة

درجة استجابة الكمية المطلوبة من السلعة لما يحدث من تغير في أثمان السلعة المرتبطة بها سواء البديلة عنها أو المكملة لها هي مرونة الطلب :

أ) السعرية　　ب) الداخلية　　ج) التقاطعية　　د) الخارجية

الدرس الثاني: العرض

العـــــرض : هو الكميات التي يقدمها المنتجون للبيع في السوق من سلعة معينة عن ثمن معين في فترة زمنية معينة .

عناصر العرض

الكمية التي يقدمها المنتج

سعر السلعة

الفترة الزمنية

قانون العرض

الكميات المعروضة من سلعة معينة تتغير تغيرا طرديا مع تغير الثمن بوجه عام ،فتزيد بزيادته وتقل بانخفاضه .

معلومات حول منحنى العرض

١. -الشكل يعبر عنه بمنحنى وليس بنقطة واحدة
٢. ميل منحنى العرض هو ميل موجب
٣. يشير المنحنى إلى الكميات القصوى التي يرغب المنتج في بيعها خلال مدة زمنية معينة عند مختلف الأسعار الممكنة

تمارين

١) الكمية التي يقدمها المنتجون للبيع في السوق من سلعة معينة عن ثمن معين في فترة زمنية معينة:

أ) الطلب. ب) العرض. ج) الاحتكار. د) التضخم.

ب) الجدول التالي يحدد الكمية المعروضة من السمك حسب السعر في السوق المحلي للأسماك خلال أسبوع واحد :

سعر الكيلو بالريال	كمية السمك المعروضة بالكيلو
٤	٢٠٠
٦	٤٠٠
٨	٧٠٠

١) احسب مرونة العرض لتغير السعر من ٦ ريالات إلى ٨ ريالات، وحدد نوعه.

.....

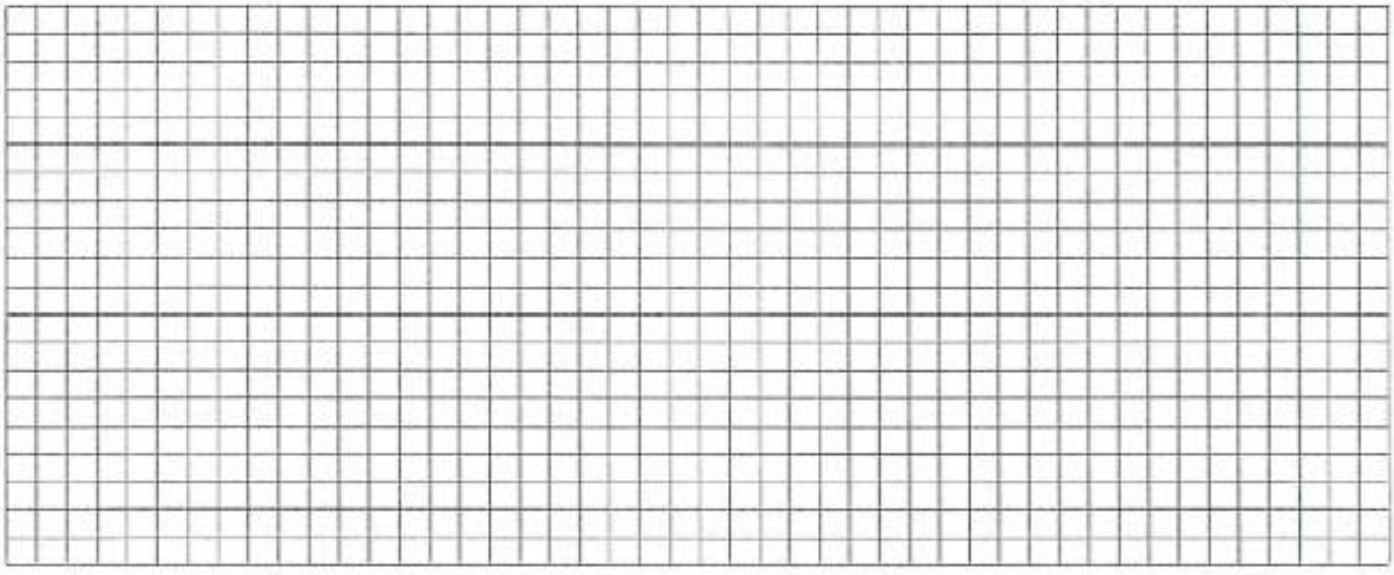
.....

.....

.....

.....

٢) ارسم منحنى العرض.



ب) لاحظ مدير محل لبيع الأحذية أن تخفيض سعر الزوج من الأحذية من ١٤ ريال إلى ١٢ ريال يزيد من كمية الأزواج المباعة من ٢٠ إلى ٢٤ زوج .

١)ارسم منحنى الطلب.

٢) احسب مرونة الطلب وحدد نوعه.

.....

.....

.....

.....

.....

.....

من خلال منحنى الطلب المقابل .
أوجد مرونة الطلب .

الأستاذ: حمد بن عبدالله بن علي الرديني - معلم رياضيات - محافظة شمال الباطنة – 99334198 - Haah959@gmail.com قناتي في اليوتيوب: الأستاذ حمد الرديني

الدرس الثالث: الاحتكار

الاحتـكـــار هو انفراد مشروع واحد بانتاج أو بعرض سلعة ما ليس لها منافس أو بديل

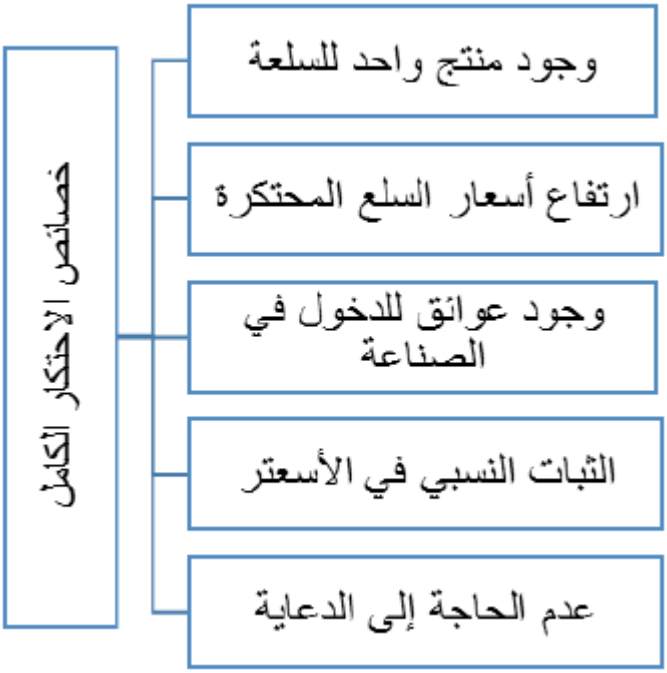
أنواع الاحتكار :

الاحتكار البسيط

أي أن المشروع له منافس في السوق غير قريب

الاحتكار الكامل

أي أن المشروع لايقابل أي منافسة في السوق



تمارين

جميع ما ذكر من خصائص الاحتكار الكامل ما عدا:

أ) المنتج يعرض سلعة لها بديل غير قريب ب)عدم الحاجة إلى الدعاية والإعلان

ج) الثبات النسبي في الأسعار د) وجود عوائق في صناعة المحتكر

عرف الاحتكار

أكمل الجدول التالي:

أنواع الاحتكار	تعريفه (مفهومه)	مثال
.....	.....	.....
.....	.....	.....

اذكر أربعاً من خصائص الاحتكار الكامل.

- -

- -

للاحتكار نوعان، اذكرهما مع الشرح .

الدرس الرابع: التضخم

التضخم: هو الارتفاع المستمر في مستوى الأسعار بسبب نمو حجم الطلب بشكل أسرع من نمو حجم العرض

أنواع التضخم :

الداخلي	المتدرج	المكبوت	الجامح
زيادة في الطلب يقابلها زيادة في الأسعار	ارتفاع بطيء في السعر وإن ام يرتفع السعر	ارتفاع في السعر بسبب تغيرفي قوى الطلب	ارتفاع كبير جفي السعر بسبب انهيار الوحدة النقدية

مفاهيم أساسية في حساب التضخم

مؤشر الأسعار العددي
هو نظام متفق عليه لقياس التغير في مستوى الأسعار

مؤشر سعر المستهلك
هو مؤشر لقياس التغير الذي يحدث على أسعار السلع والخدمات

سلة سوق
هي مجموعة مختارة من السلع والخدمات تمثل المجتمع الاحصائي ويتم اختيارها بدقة وليس عشوائيا

الأستاذ: حمد بن عبدالله بن علي الرديني - معلم رياضيات - محافظة شمال الباطنة – 99334198 - Haah959@gmail.com قناتي في اليوتيوب: الأستاذ حمد الرديني

$$\text{الرقم القياسي البسيط} = \frac{\text{السعر الحالي}}{\text{سعر سنة الأساس}} \times ١٠٠$$

تمارين

٣) إذا كان سعر سلة البيض ٩٠٠ بيسة في سنة ٢٠٠٠م، وأصبح ١,٨ ريال في سنة ٢٠١٣م ، فإذا اعتبرنا أن سنة ٢٠٠٠م هي سنة الأساس فإن الرقم القياسي البسيط يكون:

أ) ٢٠٠ ب) ١٠٠ ج) ٥٠ د) ٥

اذكر ثلاثاً من أنواع التضخم مع توضيح المقصود بكل نوع.

الحالة التي ترتفع فيها الأسعار بشكل بطيء حتى لو لم يحدث ارتفاع في الطلب هو التضخم :

أ) المتدرج ب) الداخلي ج) المكبوت د) الجامح

ارتفع سعر كيلو الطحين ١٥٠ بيسة عن ما كان عليه في عام ٢٠٠٥ م ، وبلغ سعر الكيلو الواحد ٢٥٠ بيسة ، فإن مؤشر سعر المستهلك (باعتبار ٢٠٠٥ هو سنة الأساس) يساوي :

أ) ٢٥ ب) ١٠٠ ج) ١٦٧ د) ٢٥٠

إذا كان سعر كيلو الأرز ٤٠٠ بيسة في سنة ٢٠١١ ، وارتفع بمقدار ٢٠٠ بيسة في عام ٢٠١٥ فإذا إعتبرنا سنة ٢٠١١ هي سنة الأساس ،فإن الرقم القياسي البسيط يساوي:

أ) ٥٠ ب) ١٥٠ ج) ٢٠٠ د) ٦٠٠

٣) ارتفع سعر كيلو اللحم حتى وصل في سنة ٢٠١٦م إلى سعر ٣,٢ ريال عماني فإذا تم حساب الرقم القياسي البسيط (سعر المستهلك) ووجد أنه يساوي ١٦٠،فإن سعر كيلو اللحم في سنة الأساس بالريال العماني يساوي :

أ) ١ ب) ١,٥ ج) ٢ د) ٢,٥

إذا كان سعر كيلو لحم البقر المحلي في عام ٢٠٠٨م يساوي ٢,٥ ريال، وفي عام ٢٠١٢م أصبح سعر الكيلو ٤ ريالات (إذا اعتبرنا ٢٠٠٨م سنة الاساس)، فإن الرقم القياسي البسيط (سعر المستهلك) للحم البقر المحلي هو:

أ) ١,٥ ب) ٦٢,٥ ج) ١٥٠ د) ١٦٠

ب) البيان التالي يوضح أسعار مجموعة من السلع في عامي ٢٠٠٠ م ، ٢٠١٦ م باعتبار سنة الأساس في سنة ٢٠٠٠ م أوجد :

السلعة	أسعار سنة ٢٠٠٠م	أسعار سنة ٢٠١٦م	الرقم القياسي البسيط
القهوة	٠,٧٥٠	١,٥٠٠	؟
التمر	؟	٠,٩٠٠	١٥٠

١) الرقم القياسي البسيط للقهوة .

٢) سعر التمر سنة ٢٠٠٠ م .

اذكر سببين من أسباب التضخم مع توضيح المقصود بكل سبب.

ج) البيان التالي يوضح سعر كيلو الأرز في عامي ٢٠٠٤ ، ٢٠١٩ (السعر للكيلو بالبيسة):

السلعة	أسعار سنة ٢٠٠٤م	أسعار سنة ٢٠١٩م	الرقم القياسي البسيط
الأرز	؟	٨٠٠	١٦٠

أوجد سعر الكيلو للأرز سنة ٢٠٠٤ باعتبار ٢٠٠٤ هي سنة الأساس.

الدرس الخامس :الناتج القومي والناتج المحلي

الناتج المحلي الاجمالي

تــعــريــفــه

هو جميع مأأنتجه لأفراد في داخل حدود الدولة بغض النظر عن جنسيتهم سواء كانوا مواطنين أم أجانب

طريقة حـسابه

الناتج المحلي الاجمالي (بسعر السوق)=

الانفاق المحلي + الصادرات - الواردات

الناتج المحلي الاجمالي (بسعر التكلفة)=

الناتج المحلي بسعر السوق +الاعانات - الضرائب

تــعريــفه

هو قيمة مأأنتجه أفراد المجتمع الوطنيون من السلع والخدمات خلال عام واحد حيث يستثنى من ذلك الأجانب المقيمون داخل الدولة

الناتج القومي الاجمالي

كيفية حــسابه

الناتج القومي الاجمالي(بسعر التكلفة)=

الناتج المحلي بسعر التكلفة +صافي الدخل من الخارج

الناتج القومي الصافي بسعر النكلفة=

الناتج القومي الاجمالي - الاستهلاك الرأسمالي

الأستاذ: حمد بن عبدالله بن علي الرديني - معلم رياضيات - محافظة شمال الباطنة – 99334198 - Haah959@gmail.com قناتي في اليوتيوب: الأستاذ حمد الرديني

مثال : احسب الناتج القومي الصافي بسعر التكلفة من خلال البيانات الاتية :

البيان	المبلغ بملايين الريالات
الإنفاق المحلي الإجمالي	٤٠
الصادرات	٤٣
الواردات	٦
الضرائب غير المباشرة	١
الإعانات	١,٥
الاستهلاك الرأسمالي	٢,٥
صافي الدخل للمواطنين من خارج البلد	٢

الحل

احسب الناتج المحلي الإجمالي بسعر التكلفة من خلال الجدول الآتي:

البيانات	المبلغ بملايين الريالات
الإنفاق المحلي الإجمالي	٩٠
الصادرات	١٠٠
الواردات	١٥
الضرائب غير المباشرة	٣
الإعانات	٢
الاستهلاك الرأسمالي	١٠
صافي الدخل للمواطنين من خارج البلد	٨

٣) إذا علمت أن الناتج المحلي الإجمالي (بسعر السوق) ٨٦ مليون ريال عُماني، وكانت الصادرات ٥٢ مليون ريال عُماني، والواردات ٩ مليون ريال عُماني، فإن الإنفاق المحلي الإجمالي بملايين الريالات العُمانية يساوي:

أ) ١٤٧ ب) ١٢٩ ج) ٤٣ د) ٢٥

٣) إذا كان الناتج المحلي الإجمالي (بسعر التكلفة) ٧٩ مليون ريال عُماني، وإنتاج المواطنين المقيمين في الخارج ١,٢ مليون ريال عُماني، فإن الناتج القومي الإجمالي (بسعر التكلفة) بملايين الريالات العُمانية يساوي:

أ) ٧٤,٨ ب) ٧٧,٨ ج) ٨٠,٢ د) ٨٣,٢

ب) من خلال الجدول الآتي:

١) احسب الناتج المحلي الاجمالي (بسعر السوق) .

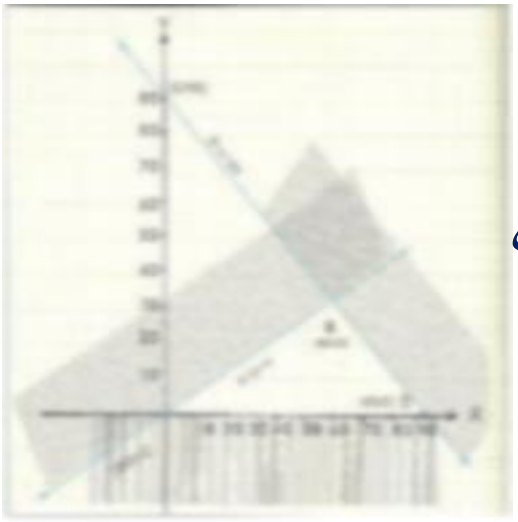
البيانات	المبلغ بملايين الريالات
الانفاق المحلي الاجمالي	٧٠
الصادرات	٥٠
الواردات	٢٠
الضرائب غير المباشرة	.....
الإعانات	٢

٣) إذا كان الناتج القومي الإجمالي (بسعر التكلفة) ٦٠ مليون ريال، وهو يمثل ٦ أضعاف الاستهلاك الرأسمالي، فإن الناتج القومي الصافي بملايين الريالات يساوي:

أ) ١٠ ب) ٥٠ ج) ٥٤ د) ٦٦

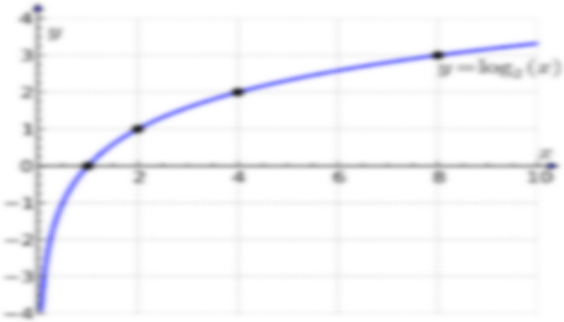
إذا علمت أن الناتج المحلي الإجمالي (بسعر السوق) يساوي ٨٠ مليون ريال، والناتج المحلي الإجمالي(بسعر التكلفة) يساوي ٨١ مليون ريال. فأكمل الجدول الأتي(موضحا خطوات الحل).

البيانات	المبلغ بملايين الريالات
الإنفاق المحلي الإجمالي	.....
الصادرات	١٥
الواردات	١١
الضرائب غير المباشرة	.....
الإعانات	٣

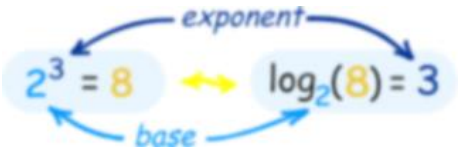


الأستاذ: حمد بن عبدالله الرديني

معلم رياضيات



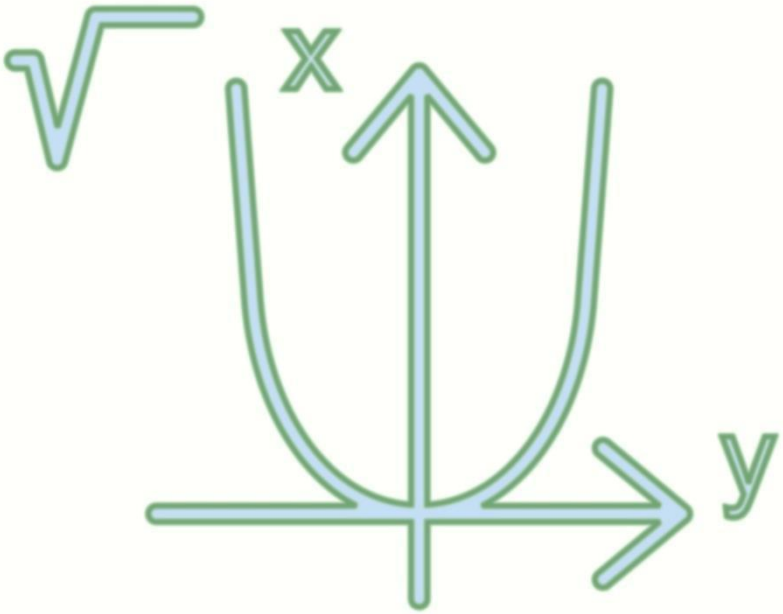
محافظة شمال الباطنة



مدرسة أبو طلحة الأنصاري (١٠ – ١٢)

ملاحظة: كل الدروس في هذا الكتيب ستكون مشروحة في القناة على اليوتيوب. (الأستاذ: حمد الرديني) ... رابط القناة

https://www.youtube.com/channel/UCTfkqh8pITjOMRBs1qA84wQ?view_as=subscriber



كتيب الطالب في مادة الرياضيات

الصف الحادي عشر

التطبيقية

الفصل الدراسي الثاني

الوحدة الخامسة

المتتاليات والمتسلسلات

٢٠٢١ / ٢٠٢٠

Designed by pngtree

الأستاذ: حمد بن عبدالله بن علي الرديني - معلم رياضيات - محافظة شمال الباطنة – 99334198 - Haah959@gmail.com قناتي في اليوتيوب: الأستاذ حمد الرديني

أهداف الوحدة

١) التعرف على المتتالية وإيجاد حدها العام.

٢) إيجاد مجاميع جزئية لمتتالية بما في ذلك استخدام ترميز سيجما.

٣) تعريف المتتالية الحسابية وتوضيحها وتحديدها.

٤) إيجاد أساس المتتالية الحسابية .

٥) تكوين متتالية حسابية بمعرفة حدودها .

٦) حل مسائل تشتمل على الحد النوني لمتتالية حسابية.

٧) تعريف الوسط الحسابي وتحديد الأوساط الحسابية بين حدود معلومة.

٨) تعريف المتسلسلة الحسابية وشرحها وتحديدها.

٩) إيجاد مجاميع جزئية لمتسلسلة حسابية.

١٠) تعريف المتتالية الهندسية وشرحها وتحديدها.

١١) إيجاد النسبة المشتركة لمتتالية هندسية معلومة .

١٢) حل مسائل تتضمن الحد النوني لمتتالية هندسية.

١٣) إيجاد الوسط الهندسي بين حدين.

١٤) إيجاد أكثر من وسط هندسي بين حدين .

١٥) إيجاد المجموع الجزئي لمتسلسلة هندسة بما في ذلك ترميز سيجما .

١٦) حساب مجموع متسلسلة هندسية لا نهائية.

الدرس الأول : المتتاليات والمتسلسلات

تعريف :

المتتالية هي دالة حقيقية Real Function (أي مداها Range مجموعة جزئية من ح)، ومجالها Domain مجموعة الأعداد الصحيحة الموجبة ص$^+$ أو مجموعة جزئية منها على الصورة {١ ، ٢ ، ٣ ، ... ، م}

إذا كان مجال الدالة الحقيقية د(ن) هو ص$^+$ سميت متتالية غير منتهية ، أما إذا كان مجالها مجموعة جزئية من ص$^+$ على الصورة {١ ، ٢ ، ٣ ، ... ، م} ، فإنها تسمى متتالية منتهية.

المتتالية هي دالة حقيقية ، مجالها ص$^+$ أو مجموعة جزئية منه، ومداها مجموعة جزئية من ح . (وإذا لم يذكر مجال المتتالية فإنه يعتبر ص$^+$) .

يمكن التعبير عن المتتالية :

١ - بدلالة الحد العام : $ع_ن = د(ن)$ **مثلا :** $د(ن) = ٤ن - ٢$

٢- بكتابة حدودها : $*$ **مثلا :** $ع_١ ، ع_٢ ، ع_٣ ، ... = ٢ ، ٦ ، ١٠ ، ١٤ ، ...$

المتتالية المتزايدة :

$ع_ن < ع_{ن+١}$ $*$

و $ع_{ن+١} - ع_ن > ٠$ $*$

المتتالية المتناقصة :

$ع_ن > ع_{ن+١}$ $*$

و $ع_{ن+١} - ع_ن < ٠$ $*$

المتتالية الثابتة :

$ع_ن = ع_{ن+١}$ $*$

و $ع_{ن+١} - ع_ن = ٠$ $*$

المتتالية المتذبذبة : وهي متتالية لا متزايدة ولا متناقصة.

ملاحظة : إذا قمنا بجمع حدود المتتالية فإننا نحصل على متسلسلة .

مثال : حصل سعيد على قرض بقيمة ٥٠٠٠ ريال بدون فائدة ، على أن يكون تسديد القرض من خلال قسط شهري بقيمة ١٢٥ ريالاً اعتباراً من تاريخ منح القرض ، وذلك لإقامة محل لبيع المواد الغذائية.

أ) اكتب متتالية توضح ما يتبقى على سعيد بعد كل شهر.

ب) ما المبلغ المتبقي على سعيد بعد سنة ؟

ج) بعد كم شهر يكون سعيد قد دفع المستحق عليه ؟

الحل :

تدريب

بدأ سالم العمل براتب ٣٠٠ ريال شهرياً ، فإذا كان يحصل على علاوة سنوية قدرها ١٥ ريالاً اكتب متتالية توضح راتب سالم الشهري خلال كل سنة.

الحل

مثال

حدد أي من الدوال التالية تمثل متتالية :

١) د(ن) = ن + ٣ ، ن ∈ { ١ ، ٢ ، ٣ }

٢) د(ن) = ٧^ن ، ن ∈ ح .

٣) د(ن) = $\sqrt{٣ن - ٨}$ ، ن ∈ ص$^+$.

٤) د(ن) = $(ن + ١)^{٢}$ ، ن ∈ ص$^+$.

الحل

تمارين

الحد العام في المتتالية ٤ ، ٩ ، ١٦ ، ٢٥ ،..... هو:

أ) ٢ن ب) ٣ن ج) ن^{٢} د) (ن +١)^{٢}

الحد العام لمتتالية الأعداد الفردية الموجبة ح$_{ن}$ هو :

أ) ٢ن -١ ب)٢ن ج) ٢ن +١ د) ٢ن +٢

الحد العام للمتتالية ٢ ، ٥ ، ١٠ ، ١٧ ، ..... هو:

أ) ٢ ن^{٢} ب) ن^{٢} + ١ ج) ن^{٢} - ١ د) ن + ١

المتتالية − ٣ ، − ١ ، ١ ، ... يكون حدها العام ع$_{ن}$ هو :

أ) ٢ن− ٥ ب) ٣ن− ٥ ج) ٥− ٢ن د) ٥− ٣ن

الأستاذ: حمد بن عبدالله بن علي الرديني - معلم رياضيات - محافظة شمال الباطنة – 99334198 - Haah959@gmail.com قناتي في اليوتيوب: الأستاذ حمد الرديني

الحد العام للمتتالية ٢ ، ٤ ، ٨ ، ... هو :

أ) $ن^{٢}$ ب) $(٢)^{ن}$ ج) $(ن + ١)^{٢}$ د) ن + ١

الحد العام للمتتالية (١ ، ٤ ، ٩ ، ١٦ ، .....) هو:

أ) $ن^{٣}$ ب) $ن^{٢}$ جـ) ٢ن د) ن

المتسلسلة

إذا جمعنا حدود المتتالية فإننا نحصل على **متسلسلة**.
ويمكننا الوصول إلى التعريف التالي:

"الصيغة $ح_1 + ح_2 + ح_3 + ... + ح_ن$ تُسمى **متسلسلة**."

لاحظ أن $جـ_ن$ هو مجموع ن حدا الأولى من المتتالية $ح_1 ، ح_2 ، ح_3 ، ... ، ح_ن$

مثال :

أوجد $جـ_ه$ للمتتالية :

$-2 ، 4 ، -6 ، 8 ، -10 ، 12 ، -14 ، ...$

الحل

تدريب

أوجد :

١) $جـ_4$ للمتتالية التي حدها العام : $ح_ن = 3ن - 1$

٢) $جـ_ه$ للمتتالية التي حدها العام : $ح_ن = (-1)^ن \times 2^{ن-1}$

الحل

رمز المجموع (سيجما) $\sum$:

الحرف اللاتيني $\sum$ (سيجما) يستخدم في التعبير عن مجموع حدود المتتالية، فعلى سبيل المثال مجموع الحدود الأربعة الأولى للمتتالية ٣، ٥، ٧، ٩ ، ... (٢ن +١) يمكن كتابته $\sum_{ن=١}^{٤}$ (٢ن + ١) وتقرأ كما يلي "مجموع (٢ن + ١) عندما تكون قيمة ن من ١ إلى ٤"

مثال :

أوجد :

١) $\sum_{ن=١}^{٥}$ ن^{٢}

٢) $\sum_{ن=١}^{٣}$ (-١)^{ن} (٢ن)

الحل

) $\sum_{ر=١}^{٣}$ (٤ر- ٥) تساوي :

أ) ٧ ب) ٩ ج) ١٠ د) ١١

أوجد $\sum_{ن=١}^{٣}$ (٢ن – ١)^{ن}.

أوجد $\sum_{ن=١}^{٥}$ (٣ن – ٢).

تمارين

الحد العاشر في المتتالية : $\sqrt{٣}$ ، ٣ ، $٣\sqrt{٣}$ ، ٩ ، ..... هو:

أ) $٣٢\sqrt{٣}$ ب) ٣٢ ج) $١٦\sqrt{٣}$ د) ١٦

الحد السابع للمتتالية ١٢٨، ٦٤ ، ٣٢ ، ..... هو:

أ) ٢ ب) ٤ ج) ٨ د) ١٦

مجموع المتتالية (-١٠ ، -٤ ، ٢ ، ... ، ٢٠) يساوي:

أ) ٨ ب) ١٠ ج) ٣٠ د) ٤٤

أوجد مجموع العشر الحدود الأولى في المتسلسلة : ٢٤+٢١+١٨+...

الأستاذ: حمد بن عبدالله بن علي الرديني - معلم رياضيات - محافظة شمال الباطنة – 99334198 - Haah959@gmail.com قناتي في اليوتيوب: الأستاذ حمد الرديني

الدرس الثاني: المتتالية الحسابية

تعريف:

المتتالية $(ح_ن)$ تسمى متتالية حسابية إذا كان :

$ح_ن - ح_{ن-1} = د$ ، $\forall$ ن $\in$ مجال المتتالية

حيث د عدد ثابت يسمى أساس المتتالية الحسابية ،

ويرمز عادة للحد الأول بالرمز أ

مثال : حدد أي المتتاليات التالية تمثل متتالية حسابية ، ثم عيّن أساسها وحديها الخامس والسادس :

١) ٢ ، ٧ ، ١٢ ، ١٨ ، ...

٢) ١ ، ٦ ، ١١ ، ١٦ ، ...

٣) -٦ ، -١ ، ٤ ، ٨ ، ...

٤) -١ ، -١ ، -١ ، -١ ، ...

الحل :

تدريب : أوجد المتتالية الحسابية التي فيها :

الحل

١) أ = ٢ ، د = ٤

٢) أ = ٤ ، د = $-\frac{١}{٢}$

٣) $ح_٤$ = ٩ ، د = ٣

الأستاذ: حمد بن عبدالله بن علي الرديني - معلم رياضيات - محافظة شمال الباطنة – 99334198 - Haah959@gmail.com قناتي في اليوتيوب: الأستاذ حمد الرديني

يرمز للحد الاول ح١ في المتتالية الحسابية بالرمز أ

ويرمز للحد الاخير ل فتكون الصورة العامة للمتتالية الحسابية كالتالي :

أ ، أ +د ، أ+٢ د ، أ + ٣ د ، .....، ل

وبشكل عام :

$$ح_{ن} = أ + (ن - ١) د$$

مثلا : $ح_{٦} = أ + ٥ د$

$ح_{١٠} = أ + ٩ د$ وهكذا

ملاحظـــــــــة:

المتتالية الحسابية د(ن) دائما تكون دالة من الدرجة الاولى ويكون معامل ن اساس المتتالية

مثلا: د(ن) = ٣ن+١

تمثل متتالية حسابيه أساسها د =٣

نتيجة

إذا كانت ($ح_{ن}$) متتالية حسابية حدها الأول = أ ، وأساسها = د ، فإن :

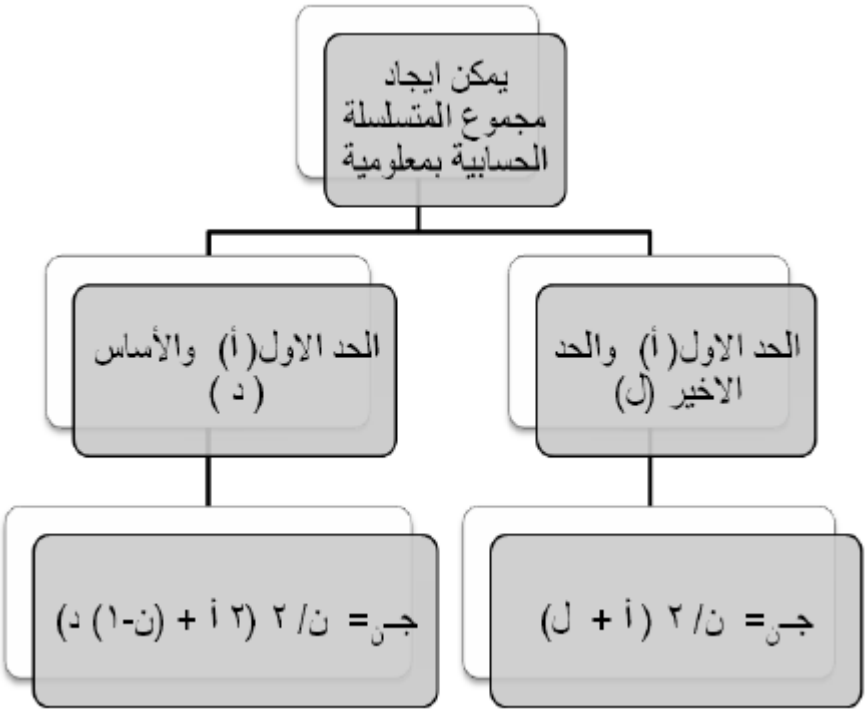
$$ح_{ن} = أ + (ن - ١)د$$

مثال :

أوجد المتتالية الحسابية التي فيها :

$ح_{٣} = ٩$ ، $ح_{٦} = ١٨$

الحل :



الأوساط الحسابية هي جميع الحدود المحصورة بين الحد الاول و الاخير

في المتتالية الحسابية ح١ ، ح٢ ، ح٣ ، .....، حن

فإن ح٢ ، ح٣ ، .....، حن-١ تسمى أوساطا حسابية

اذا شكلت الاعداد أ ، ب ، جـ متتالية حسابية فإن ب = (أ+ جـ) / ٢

تمارين

إذا أدخل ثلاثة أوساط حسابية بين العددين ٣ ، ١٥ فإن مجموع هذه الأوساط يساوي:

أ) ٤٥ ب) ٢٧ ج) ١٨ د) ٩

متتالية حسابية حدها الأول ٢، ومجموع حدوها الثمانية الأولى يساوي ١٠٠، أوجد أساس المتتالية.

متتالية حسابية متزايدة حدها الأول -٤، والفرق بين حديها السابع والخامس يساوي ١٠

اكتب الحدود الأربعة الأولى من المتتالية.

في متتالية حسابية متزايدة . إذا كان الفرق بين الوسطين الثالث و الأول يساوي ٦ فإن أساس هذه المتتالية يمكن أن يكون:

أ) ٦ ب) ٣ ج) ٢ د) ١,٥

متتالية حسابية حدها الثالث ٦ وحدها الثامن يساوي ١ . أوجد الحدود الخمسة الأولى منها.

المتتالية الحسابية التي حدها الأول (س)، وأساسها (ص) فإن حدها الثالث يساوي:

أ) س + ٢ص ب) س – ٢ص ج) س + ٣ص د) س – ٣ص

وجد مجموع العشرين حداً الأولى لمتتالية حسابية حدها الأول = ٣ ، وأساسها = ٢

متتالية حسابية حدها الأول ٥ ، ومجموع حديها السادس والسابع ٨٧ ، أوجد الحدود الأربعة الأولى منها .

أساس المتتالية ب ، ٢ب ، ٣ب ، ٤ب ، ... هو :

أ) ١ ب) ٢ ج) ب د) ٢ب

إذا كانت الأعداد = ٣ ، س ، ٥ تمثل متتالية حسابية ،فإن قيمة س تساوي :

أ) صفر ب) ١ ج) ٢ د) ٤

الدرس الثالث: المتتالية الهندسية

تعريف :

المتتالية الهندسية هي متتالية ليس فيها حداً يساوي الصفر ، وناتج قسمة كل حد فيها على الحد السابق له مباشرة يساوي عددا حقيقياً ثابتاً يسمى أساس المتتالية الهندسية. ويرمز له بالرمز "ر".

$(ح_ن)$ متتالية هندسية :

$\frac{ح_{ن-١}}{ح_ن} = ر$ ، $\forall$ ن $\in$ مجال المتتالية .

حيث ر عدد ثابت يسمى أساس المتتالية الهندسية ، ويرمز للحد الأول بالرمز أ ، حيث أ ، ر $\neq$ ٠

ملاحظـــــــة:

المتتالية الهندسية د(ن) دائما تكون دالة أسية اساس المتتالية هو أساس الدالة

مثلا: * د(ن) = $٣^ن$

تمثل متتالية هندسية أساسها د =٣

* د(ن) = ٢ $\times ٣^ن$

تمثل متتالية هندسية أساسها د =٣

يرمز للحد الاول $ح_١$ في المتتالية الهندسية بالرمز أ

والاساس (ر) فتكون الصورة العامة للمتتالية الهندسية كالتالي :

أ ، أ ر ، أ $ر^٢$ ، أ $ر^٣$ ، ..... ، أ $ر^{ن-١}$

وبشكل عام :

$ح_ن = أ\ ر^{(ن-١)}$

مثلا : $ح_٦ = أ\ ر^٥$ ، $ح_{١٠} = أ\ ر^٩$ وهكذا

مثال : أوجد الحدود الثلاث الأولى لمتتالية هندسية حدها الأول = ١ ، وأساسها = -٤

الحل

تدريب

أوجد الحدود الخمسة الأولى من المتتالية الهندسية لكل مما يلي :

أ) $أ_1 = ٣$ ، $ر = ٢$.

ب) $أ_1 = -١$ ، $ح_٢ = ٧$.

ج) $ح_٤ = ٨١$ ، $ر = \frac{١}{٣}$.

الحل

في المتتالية الهندسية ١٠٢٤، ٥١٢، ٢٥٦،..... الحد الذي قيمته تساوي ١ هو الحد :

أ) الثامن. ب) العاشر. ج) الحادي عشر. د) الثاني عشر.

في المتتالية الهندسية $ع_ن$ ، إذا علمت أن $ع_١ = \frac{ع_٤}{٢٧}$ ، فإن قيمة الأساس تساوي:

أ) ٢ ب) ٣ ج) ٤ د) ٥

إيجاد الحد العام لمتتالية هندسية

نتيجة :

إذا كانت $(ح_ن)$ متتالية هندسية حدها الأول $أ$ ، وأساسها $ر$ ، حيث $أ$ ، $ر \neq ٠$ ، فإن :

$$ح_ن = أ ر^{(ن-١)}$$

مثال

مجموع الحدود الثلاثة الأولى في متتالية هندسية جميع حدودها موجبة يساوي ٧ ، فإذا كان حدها الأول يساوي ١ ، فأوجد المتتالية ، ثم أوجد حدها السادس ؟

الحل

تدريب

متتالية هندسية حدها الأول = ٢٤٣ ، وحدها السادس = −١ ، أوجد حدها التاسع عشر.

الحل

الحد السابع للمتتالية ١٢٨، ٦٤، ٣٢، ..... هو:

أ) ٢ ب) ٤ ج) ٨ د) ١٦

المتتالية الهندسية فيما يلي هي :

أ) ١ ، ٨ ، ٢٧ ، ٦٤ ، . . . ب) ١ ، ٤ ، ٧ ، ١٠ ، . . .

ج) ٣ ، ٦ ، ١٢ ، ٢٤ ، . . . د) ٢ ، ٤ ، ٦ ، ١٠ ، . . .

في المتتالية الهندسية ح ن ، إذا علمت أن ٨ ح ٢ = ح ٥ ، فإن قيمة الأساس تساوي:

أ) ٥ ب) ٤ ج) ٣ د) ٢

الوسط الهندسي

نتيجة

يعتبر كل حد من حدود المتتالية الهندسية عدا الحدين الأول والأخير وسطاً هندسياً للحدين السابق المباشر له واللاحق المباشر له.

تعريف:

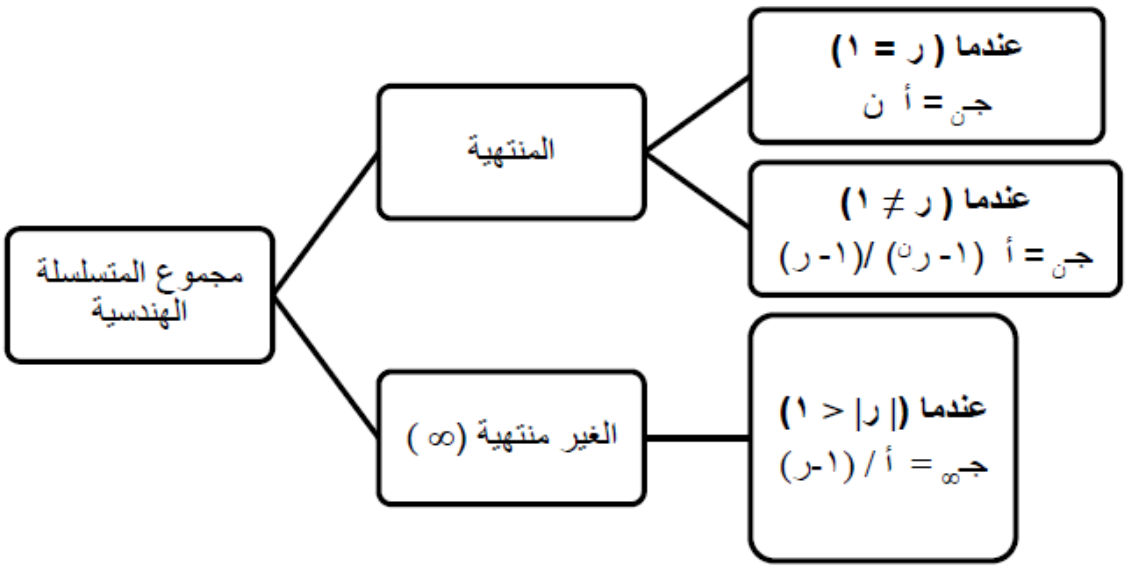
الحدود التي توجد بين أي حدين غير متتاليين ضمن متتالية هندسية تسمى **الأوساط الهندسية بين هذين الحدين** .

الأوساط الهندسية : هي جميع الحدود المحصورة بين الحد الاول و الاخير

في المتتالية الهندسية ح١ ، ح٢ ، ح٣ ، .....، حن فإن ح٢ ، ح٣ ، .....، حن-١ تسمى أوساطا هندسية

اذا شكلت الاعداد أ ، ب ، جـ متتالية هندسية فإن

$$ب = \pm \sqrt{أ \times جـ}$$



مجموع الخمسة حدود الأولى للمتتالية الهندسية التي حدها الأول = ١ ، وأساسها = ٢ يساوي:

أ) ١٦ ب) ٢٥ ج) ٣١ د) ٥٠

متتالية هندسية فيها $ح_{٢} = ٦$، $ح_{٣} = ٩$، فإن أساس المتتالية يساوي:

أ) $\frac{٢}{٣}$ ب) $\frac{٣}{٢}$ ج) ٢ د) ٣

الوسط الهندسي الموجب بين العددين ٣ ، ١٢ هو:

أ) ٦ ب) ٧,٥ ج) ١٥ د) ٣٦

الوسط الهندسي الموجب للعددين ٤ ، ٩ هو:

أ) ٥ ب) ٦ ج) ٦,٥ د) ٣٦

الحد العاشر في المتتالية : $\sqrt{٣}$ ، ٣ ، $٣\sqrt{٣}$ ، ٩ ، ..... هو:

أ) $٣٢\sqrt{٣}$ ب) ٣٢ ج) $١٦\sqrt{٣}$ د) ١٦

إذا كانت ٤ ، ص، ١٠٠ ،.....متتالية هندسية فإن مجموعة قيم ص هي:

أ) {-٢٠ ، ٢٠} ب) {-٥ ، ٥} ج) {-١٠ ، ١٠} د) {-٢ ، ٢}

الحد السابع من المتتالية ٨ ، ٤ ، ٢ ، ..... يساوي:

أ) $\frac{١}{٢}$ ب) $\frac{١}{٤}$ ج) $\frac{١}{٨}$ د) $\frac{١}{١٦}$

الأستاذ: حمد بن عبدالله بن علي الرديني - معلم رياضيات - محافظة شمال الباطنة – 99334198 - Haah959@gmail.com قناتي في اليوتيوب: الأستاذ حمد الرديني

إذا أدخل أربعة أوساط هندسية بين العددين ٢ ، ٦٤ فأوجد $ع_٣ + ع_٤$

تنقص قيمة سيارة ١٢ ٪ كل سنة ، أوجد قيمتها في نهاية السنة الرابعة، إذا كان ثمنها الأصلي ٦٥٠٠ ريال عماني .

مجموع الحدود الثلاثة الأولى في متتالية هندسية جميع حدودها موجبة يساوي ١٤، فإذا كان حدها الأول يساوي ٢، فأوجد :

١) المتتالية.

الحد الرابع عشر.

يزداد عدد سكان مدينة بمعدل ٣٪ سنويا ، كم سيكون عدد سكان هذه المدينة بعد ٤ سنوات إذا كان عددهم الحالى ٦٥٠٠٠ نسمة .

أوجد مجموع العشرة حدود الأولى للمتتالية الهندسية التي فيها $ح_{١} = ٢$ ، $ح_{٤} = ٥٤$

إذا كانت $\frac{١}{٢}$ ، ٢ ، ٨ ، .... متتالية هندسية. فأوجد حدها الخامس.

أوجد مجموع العشرة حدود الأولى للمتتالية الهندسية : ١، ٣، ٩، .....

المراجع

١- كتاب الطالب لمادة الرياضيات - الصف الحادي عشر – الفصل الدراسي الثاني – الطبعة الأولى – ٢٠١٤ م – ١٤٣٥ هـ

٢- اختبارات وزارة التربية والتعليم النهائية بسلطنة عمان للفصل الدراسي الأول

٣- كراسة الطالب التدريبية للفصل الدراسي الأول – من إعداد وحدة الرياضيات بمحافظة شمال الباطنة - نسخة ٢٠١٦ – ٢٠١٧م