

المتغير العشوائي المتقطع

مثال

في تجربة سحب كرة من صندوق يحتوي ٣ كرات بيضاء ، ٣ كرات حمراء مع الإرجاع، فإذا تكررت التجربة ٤ مرات وكان المتغير العشوائي هو عدد مرات ظهور كرة بيضاء فأجب عما يلي :

(١) اكتب الفضاء العيني وعناصر المتغير العشوائي

(٢) اكتب احتمال كل عنصر من عناصر المتغير العشوائي على شكل جدول احتمالي.

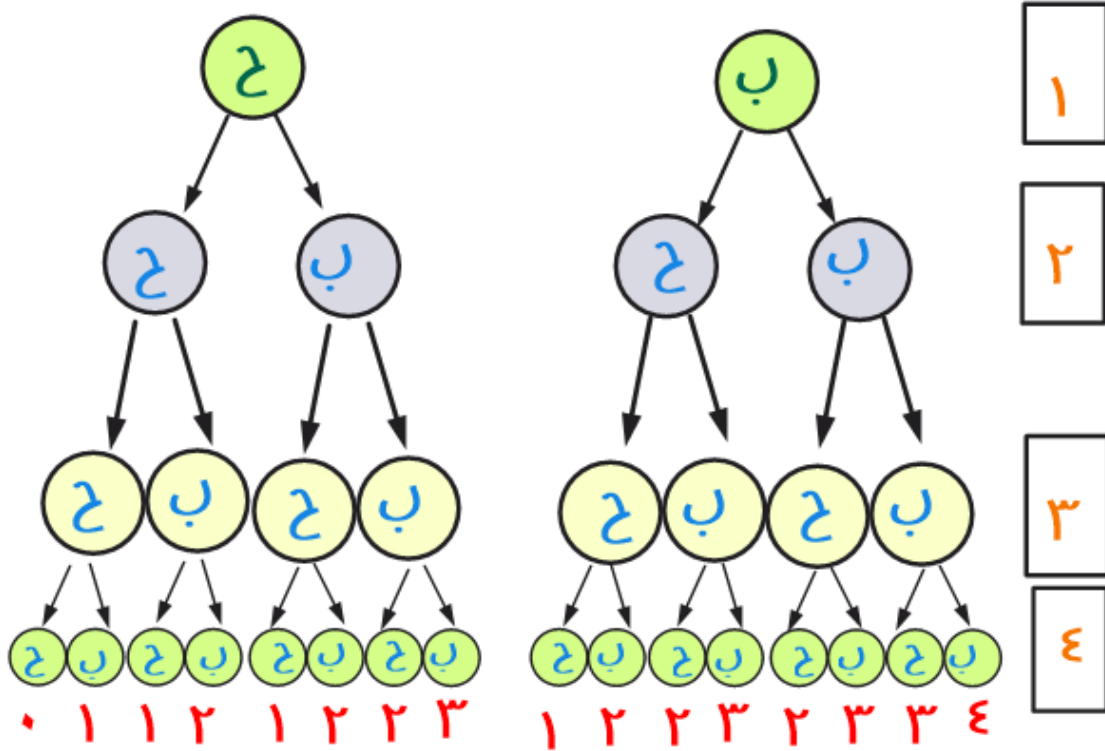
(٣) القيمة المتوقعة للمتغير العشوائي س

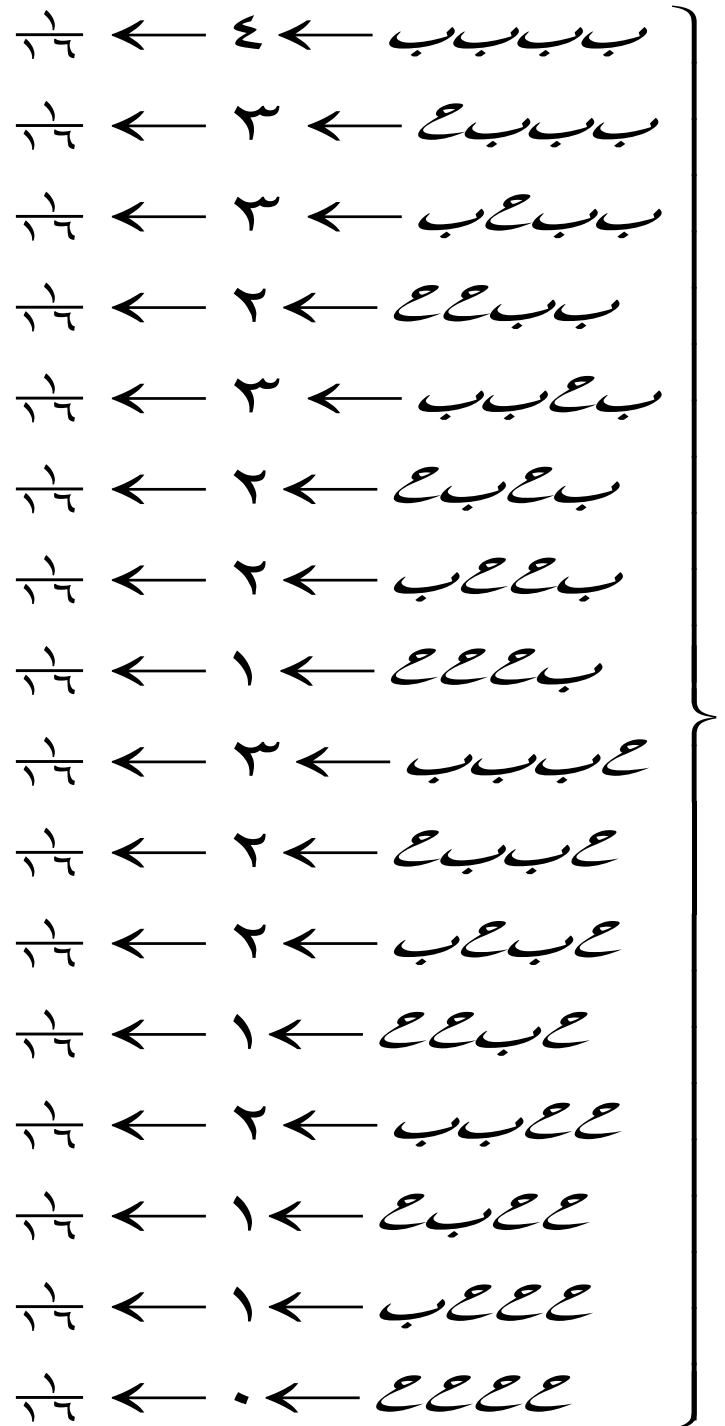
الحل

(١) احتمال سحب كرة بيضاء = $\frac{1}{4}$ ، واحتمال سحب كرة حمراء = $\frac{1}{4}$

∴ احتمال كل عنصر من عناصر الفضاء العيني = $\frac{1}{16}$

طريقة الشجرة





(٢) عناصر المتغير العشوائي = {٠ ، ١ ، ٢ ، ٣ ، ٤}

(٣) جدول التوزيع الاحتمالي :

٤	٣	٢	١	٠	س
$\frac{1}{16}$	$\frac{4}{16}$	$\frac{6}{16}$	$\frac{4}{16}$	$\frac{1}{16}$	ل (س)

$$ت(س) = \frac{٣٢}{١٦} = \frac{٤+١٢+١٢+٤+٠}{١٦} = ٢$$

• ما احتمال ظهور ٣ كرات بيضاء : $P(X=3) = \frac{4}{16}$

• ما احتمال ظهور كرة بيضاء : $P(X=1) = \frac{4}{16}$

• ما احتمال ظهور كرة بيضاء على الأقل : $P(X \leq 1) = 1 - P(X > 1)$

$$\frac{5}{16} = \frac{1}{16} - 1 =$$

• ما احتمال ظهور ٣ كرات بيضاء على الأقل : $P(X \leq 3)$

$$P(X \leq 3) = P(X=3) + P(X=4) = \frac{5}{16} = \frac{1+4}{16}$$

• تسمى دالة المتغير العشوائي المتقطع (المنفصل) بدالة احتمال إذا كان :

$$P(X=r) \geq 0 \quad \text{□ ١} \quad \sum_{r=1}^{\infty} P(X=r) = 1 \quad \text{□ ٢}$$

مثال

بين إذا كانت أي من الدوال التالية تمثل توزيعًا احتماليًا:

□ ١ $P(X=0,1,2,3,4,5) = \frac{1}{5}$ ، $P(X=0,1,2,3,4,5) = 5$

□ ٢ $P(X=0,1,2,3,4,5) = \frac{1-s}{5}$ ، $P(X=0,1,2,3,4,5) = 5$

□ ٣ $P(X=0,1,2,3,4,5) = \frac{2s}{3}$ ، $P(X=0,1,2,3,4,5) = 5$

الحل

□ ١ $P(X=0,1,2,3,4,5) = \frac{1}{5} < 1$ ، $P(X=0,1,2,3,4,5) = 5 > 1$: X

□ ٢ $P(X=0,1,2,3,4,5) = \frac{1-s}{5} \geq 0$: X ، $P(X=0,1,2,3,4,5) = 5 > 1$: X

□ ٣ $P(X=0,1,2,3,4,5) = \frac{2s}{3} \geq 0$ ، $P(X=0,1,2,3,4,5) = 5 > 1$: X

مثال :

أوجد قيمة t التي تجعل الدالة :

$$S(s) = (s-1)^2 \quad \text{حيث } s = 1, 2, 3, 4 \quad \text{دالة احتمال.}$$

الحل

$$f(s=1) = t$$

$$f(s=2) = t$$

$$f(s=3) = t$$

$$f(s=4) = t$$

$$f(s=5) = t$$

ولكي تكون $D(s)$ دالة احتمال يجب أن :

$$\sum_{r=1}^5 f(s=r) = 1$$

$$\therefore t + t + t + t + t = 1$$

$$\therefore 5t = 1$$

$$\therefore t = \frac{1}{5}$$