

## تطبيقات على التوزيع الطبيعي المعياري

مثال

إذا كان أعمار ٤٠٠ شخص تتوزع طبيعيًا بوسط حسابي مقداره ٤٠ سنة، وانحراف معياري مقداره ٥ فاحسب

١. نسبة الأشخاص الذين تتراوح أعمارهم بين ٣٥ إلى ٤٥ سنة
٢. نسبة الأشخاص الذين تقل أعمارهم عن ٥٠
٣. نسبة الأشخاص الذين تقل أعمارهم عن ٣٥ أو تزيد عن ٤٥

الحل

١. نحول إلى قيم معيارية:  $Z = \frac{س - \bar{س}}{ع}$

$$Z_1 = \frac{٤٠ - ٣٥}{٥} = ١ \quad ، \quad Z_2 = \frac{٤٠ - ٤٥}{٥} = -١$$

$$P(Z > 1) - P(Z > -1) = P(1 > Z > -1)$$

$$= ٠,٨٤١٣ - (١ - ٠,٨٤١٣) =$$

$$= ٠,٦٨٢٦ = ٠,١٥٨٧ - ٠,٨٤١٣ =$$

٢. نحول إلى قيم معيارية:  $Z = \frac{س - \bar{س}}{ع}$

$$Z = \frac{٤٠ - ٥٠}{٥} = -٢ \leq P(Z > -٢) = ٠,٩٧٧٢ =$$

$$\text{نسبة الأشخاص} = ٠,٩٧٧٢ \times ١٠٠ = ٩٧,٧٢\%$$

٣. النسبة هي خارج الفترة العمرية المطلوبة في (١)

$$= ٠,٦٨٢٦ - ١ = ٠,٣٧١٤ = ٠,٣٧١٤ \times ١٠٠ = ٣٧,١٤\%$$

## ملاحظة

١. إذا طلب السؤال الاحتمال فإن الإجابة من الجدول مباشرة

٢. إذا طلب السؤال النسبة  $X \times 100\%$

٣. إذا طلب السؤال العدد  $X$  العدد

## مثال

اختير طالبًا عشوائيًا من مجتمع نسبة ذكاء أفراده تتبع توزيعًا طبيعيًا بمتوسط يساوي ٨٠ وانحراف معياري = ١٠، فأوجد:

١. احتمال أن تقل نسبة ذكاء الطالب عن ٩٠

٢. احتمال أن تزيد نسبة ذكاء الطالب عن ١٠٥

٣. احتمال أن تتراوح نسبة ذكاء الطالب بين: ٩٠، ١٠٥

## الحل

$$١. \quad ١ = \frac{١٠}{١٠} = \frac{٨٠ - ٩٠}{١٠} = z \quad \leftarrow \quad \therefore P(z > ١) = ٠,٨٤١٣$$

$$٢. \quad ٢,٥ = \frac{٢٥}{١٠} = \frac{٨٠ - ١٠٥}{١٠} = z \quad \leftarrow \quad \therefore P(z < ٢,٥) = ١ - P(z > ٢,٥)$$

$$= ٠,٩٩٣٨ - ١ = ٠,٠٠٦٢$$

$$٣. \quad P(١ < z < ٢,٥) = P(z < ٢,٥) - P(z < ١)$$

$$= ٠,٩٩٣٨ - ٠,٨٤١٣ = ٠,١٥٢٥$$

## مثال

وجد أن أطوال نوع معين من النبات تكون موزعة توزيعًا طبيعيًا بمتوسط ٦٠ وانحراف معياري ع، فإذا علم أن أطوال ١,٢٢٪ من هذا النبات أقل من ٥١ سم، فأوجد التباين لتوزيع أطوال هذا النبات.

## الحل

النسبة ١,٢٢٪ تقابل: ٠,٠١٢٢ مساحة

إذًا: أطوال ١,٢٢٪ من هذا النبات أقل من ٥١ سم

$$\therefore L(z > 51) = 0,0122$$

∴ المطلوب قيمة z التي ٠,٠١٢٢ من المساحة على يسارها.

∴ z : سالبة وبالتالي فإن z التي تكون المساحة على يسارها

$$= 1 - 0,0122 = 0,9878$$

$$\therefore z = -2,25$$

$$\therefore z = \frac{s - \bar{s}}{e} = -2,25 = \frac{60 - 51}{e}$$

$$\therefore -2,25 = \frac{9 - e}{e} \leftarrow e = \frac{9}{2,25} = 4 \quad \text{التباين} = e^2 = 16$$

## مثال

أوزان قطيع من الخرفان تتوزع توزيعًا طبيعيًا بوسط حسابي مقداره ٢٧ كغم، وانحراف معياري ٥ كغم، فإذا علم أنه لا يسمع بذبح أي من هذه الخراف إلا بعد أن تبلغ وزنًا معيّنًا، فعين هذا الوزن إذا علم أن: ٢٤,٢٪ من الخراف غير مسموح بذبحها.

## الحل

نسبة الخراف الغير مسموح بذبحها: ٢٤,٢٪ وتقابل مساحة قدرها: ٠,٢٤٢٠.

$$\therefore \text{نفرض أن العمر المطلوب هو: س} \leftarrow \frac{٢٧-س}{٥}$$

$$\therefore \text{ن} (ز > \frac{٢٧-س}{٥} = ٠,٢٤٢) \text{ : سالبه}$$

$$\therefore \text{المساحة على يسار ز} = ١ - ٠,٢٤٢ = ٠,٧٥٨٠$$

$$\therefore \text{ز} = ٠,٧ \leftarrow \frac{٢٧-س}{٥} = ٠,٧$$

$$\therefore \text{س} - ٢٧ = ٣,٥ \quad \text{س} = ٢٣,٥ \text{ كغم}$$

## مثال

إذا كان الزمن اللازم لإنهاء امتحان الرياضيات يتبع التوزيع الطبيعي بمتوسط ٤٠ دقيقة وانحراف معياري ٨ دقائق، فما الزمن الذي يخصص للامتحان بحيث أن ٩٠٪ من الطلبة ينهون في الوقت المحدد.

## الحل

ل(س > ..... ) ٩٠٪ من الطلبة تقابل: ٠,٩٠

الزمن المخصص = س  $\therefore$  ل(  $z > \frac{40-s}{8}$  ) = ٠,٩٠ ز: موجبة

$\therefore z = 1,28$  (من الجدول)

$$\therefore \frac{40-s}{8} = 1,28 \leftarrow s - 40 = 1,28 \times 8 \quad s = 50,24$$

أي أن ٩٠٪ من الطلبة سينهون الاختبار ضمن ٥٠,٢٤ دقيقة

## مثال

إذا كانت درجات الامتحان في الرياضيات تتبع توزيعًا طبيعيًا بوسط ٨٠ درجة، وانحراف معياري ١٠,٦، ويعد راسبًا كل من يحصل على درجة أقل من ٥٤.

أ. كم نسبة الرسوب في الامتحان

ب. كم طالب تتوقع أن يرسل من ١٠٠٠ طالب حلّوا الامتحان

ت. إذا تقرّر أن يعطى أفضل ٥٠٪ من الطلاب تقدير امتياز، فما أقل درجة مطلوبة للحصول على امتياز؟

## الحل

$$أ. \text{درجة الرسوب} = ٥٤ \leftarrow \frac{٨٠ - ٥٤}{١٠,٦} = ٢,٤٥$$

$$ل(ز > ٢,٤٥) = ١ - ل(ز < ٢,٤٥)$$

$$= ١ - ٠,٩٩٢٩ = ٠,٠٠٧١ \therefore \text{نسبة الرسوب} = ٠,٧١\%$$

$$ب. \text{عدد الراسبين} = ٠,٠٠٧١ \times ١٠٠٠ = ٧ \text{ طلاب}$$

$$ج. \text{ما هي قيمة ز الي المساحة فوقها} = ٠,٠٥$$

$$\text{قيمة ز التي المساحة على يسارها} = ١ - ٠,٠٥ = ٠,٩٥$$

$$\therefore ز = ١,٦٤٥ \leftarrow \frac{س - \bar{س}}{١٠,٦} = ١,٦٤٥ \leftarrow \frac{س - ٨٠}{١٠,٦}$$

$$\therefore س = ٨٠ + ١٧,٣٨٤ = ٩٧,٣ = ٩٧$$

## مثال

أ. نتائج مجموعة من الطلاب في أحد الاختبارات تتبع التوزيع الطبيعي الذي وسطه ٦٠ وانحرافه المعياري ١٢ , أوجد أقل درجة للطالب الحاصل على تقدير امتياز، علمًا أن ١٥٪ من الطلاب الأوائل حصلوا على تقدير امتياز.

## الحل

ما قيمة ك التي المساحة تحتها ٨٪ = ٠,٨٥ =

$$\therefore ك = ١,٠٤$$

$$\therefore \frac{٦٠ - س}{١٢} = ١,٠٤ \leftarrow س = ٧٢,٤٨$$

∴ أقل علامة للطالب الذي يحصل على تقدير امتياز هي: ٧٢,٤٨