

المتغير العشوائي

أولاً : المتغيرات العشوائية

سننظر إلى نوعين من المتغيرات العشوائية

- المتغير العشوائي المتقطع - المتغير العشوائي المتصل

(١) المتغير العشوائي المتقطع

• هو عبارة عن دالة مجالها الفضاء العيني ومجالها المقابل مجموعة الأعداد الحقيقية .

• يكون المتغير العشوائي متقطعاً إذا كان قابلاً للعد، أي يمكن تمثيله بنقاط

منفصلة على خط الأعداد : $\{ 1, 2 \}$ ، $\{ 1, 2, 3, 4 \}$... وهكذا .

• التوزيع الاحتمالي لمتغير عشوائي متقطع عبارة عن دالة تربط كل عنصر من عناصر المتغير العشوائي باحتماله، وبحيث يكون الشرط التالي متحققاً :

$$(1) \quad P(s) \leq 1, \text{ أي أن احتمال أي عنصر من عناصر المتغير}$$

العشوائي يكون موجباً .

$$(2) \quad \sum_{r=1}^{\infty} P(r) = 1, \text{ حيث : } \nu : \text{ تمثل عدد عناصر المتغير العشوائي .}$$

مثال : لدى عائلة ثلاثة أطفال، فإذا عرّف المتغير العشوائي بأنه عدد الذكور من الأطفال فاكتب :

(١) الفضاء العيني (٢) عناصر المتغير العشوائي

(٣) التوزيع الاحتمالي

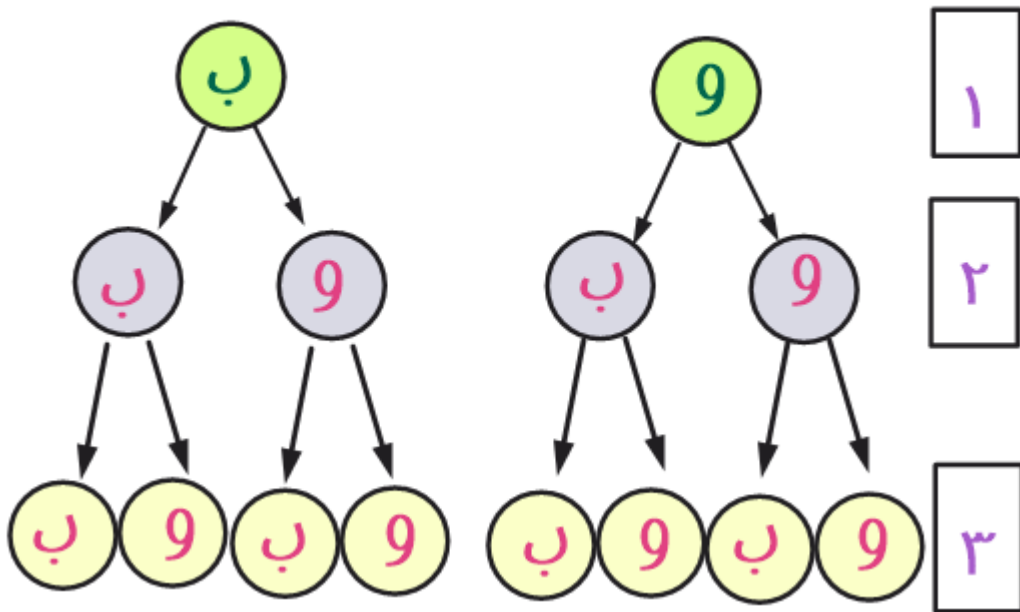
الحل

- (١) الفضاء العيني : كل الاحتمالات الممكنة للتجربة : و ، ب ← ٢
- ولمعرفة عدد عناصر الفضاء العيني ← (عدد الاحتمالات) عدد مرات التكرار
 - وفي هذا المثال ← الفضاء العيني = ٢ = ٣ = ٨
 - نجد الفضاء العيني : العائلة مكوّنة من ٣ أطفال وكل طفل له



عدد عناصر الفضاء العيني سيكون :

طريقة الشجرة



$$\left. \begin{array}{l}
 \frac{1}{8} = \frac{1}{2} \times \frac{1}{2} \times \frac{1}{2} \leftarrow 3 \leftarrow \text{و و و} \\
 \frac{1}{8} = \frac{1}{2} \times \frac{1}{2} \times \frac{1}{2} \leftarrow 2 \leftarrow \text{و و ب} \\
 \frac{1}{8} = \frac{1}{2} \times \frac{1}{2} \times \frac{1}{2} \leftarrow 2 \leftarrow \text{و ب و} \\
 \frac{1}{8} = \frac{1}{2} \times \frac{1}{2} \times \frac{1}{2} \leftarrow 1 \leftarrow \text{و ب ب} \\
 \frac{1}{8} = \frac{1}{2} \times \frac{1}{2} \times \frac{1}{2} \leftarrow 2 \leftarrow \text{ب و و} \\
 \frac{1}{8} = \frac{1}{2} \times \frac{1}{2} \times \frac{1}{2} \leftarrow 1 \leftarrow \text{ب و ب} \\
 \frac{1}{8} = \frac{1}{2} \times \frac{1}{2} \times \frac{1}{2} \leftarrow 1 \leftarrow \text{ب ب و} \\
 \frac{1}{8} = \frac{1}{2} \times \frac{1}{2} \times \frac{1}{2} \leftarrow 0 \leftarrow \text{ب ب ب}
 \end{array} \right\} = \Omega$$

(٢) المتغير العشوائي عرّف على أنّه عدد الذكور من خلال الخطوة ١

∴ عناصر المتغير العشوائي = {٣ ، ٢ ، ١ ، ٠}

• احتمال كل عنصر من عناصر المتغير العشوائي :

(٣) جدول التوزيع الاحتمالي : (جدول يربط عناصر المتغير العشوائي مع احتمال كل واحد منها على شكل دالة)

٣	٢	١	٠	س	←	$\frac{1}{8} = \frac{1}{8} \times 1 \leftarrow 0$
$\frac{1}{8}$	$\frac{3}{8}$	$\frac{3}{8}$	$\frac{1}{8}$	ل(س)		$\frac{3}{8} = \frac{1}{8} \times 3 \leftarrow 1$
						$\frac{3}{8} = \frac{1}{8} \times 3 \leftarrow 2$
						$\frac{1}{8} = \frac{1}{8} \times 1 \leftarrow 3$

حيث س : عدد عناصر المتغير العشوائي .

ل(س) : احتمال كل عنصر من عناصر المتغير العشوائي .

تدريب : عائلة مكونة من أربعة أطفال، فإذا عرّف المتغير العشوائي بأنه عدد الإناث من الأطفال فاكتب :

(٢) عناصر المتغير العشوائي

(١) الفضاء العيني

(٤) القيمة المتوقعة للمتغير العشوائي

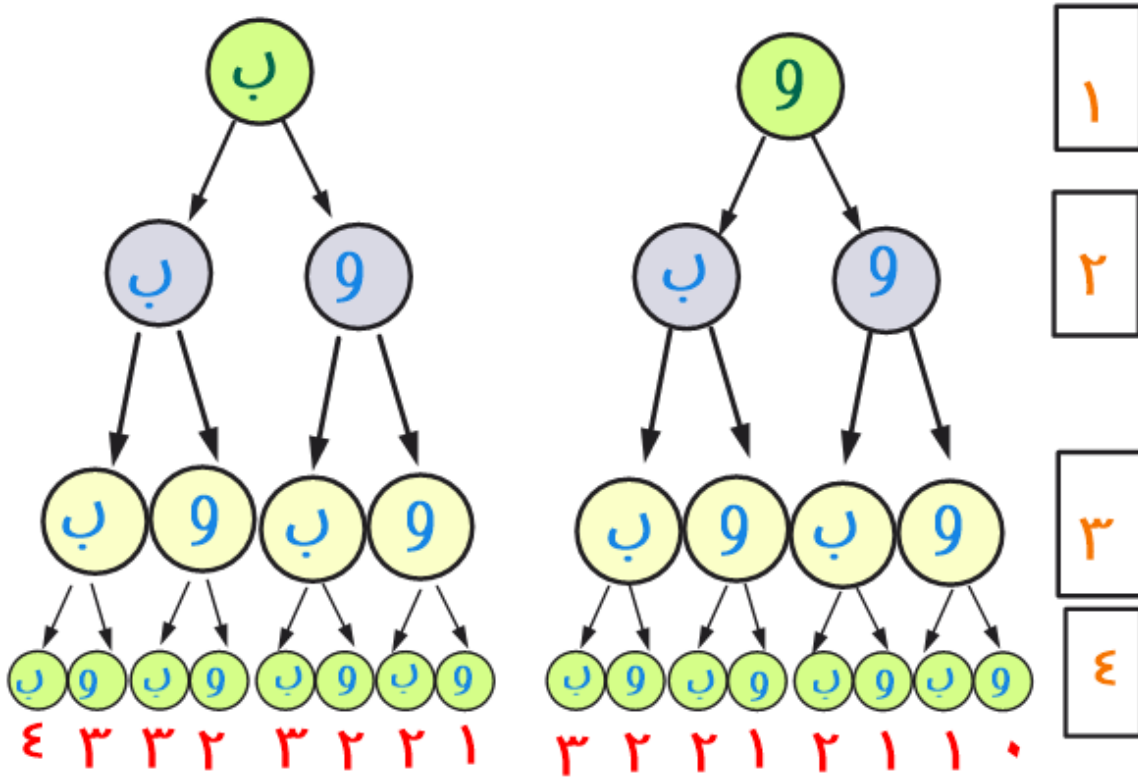
(٣) التوزيع الاحتمالي

الحل

عناصر الفضاء العيني = $2^4 = 16$ ، احتمال كل واحد منها = $\frac{1}{16}$

عدد عناصر الفضاء العيني سيكون :

طريقة الشجرة



و و و و ← ٠
 و و و ب ← ١
 و و ب و ← ١
 و و ب ب ← ٢
 و ب و و ← ١
 و ب و ب ← ٢
 و ب ب و ← ٢
 و ب ب ب ← ٣
 ب و و و ← ١
 ب و و ب ← ٢
 ب و ب و ← ٢
 ب و ب ب ← ٣
 ب ب و و ← ٢
 ب ب و ب ← ٣
 ب ب ب و ← ٣
 ب ب ب ب ← ٤

- عناصر المتغير العشوائي = {٠, ١, ٢, ٣, ٤}

- التوزيع الاحتمالي :

س	٠	١	٢	٣	٤
ل(س)	$\frac{1}{16}$	$\frac{4}{16}$	$\frac{6}{16}$	$\frac{4}{16}$	$\frac{1}{16}$

تم استخراج الاحتمال التكراري كالتالي :

$$\frac{1}{16} = \frac{1}{16} \times 1 \leftarrow 0$$

$$\frac{4}{16} = \frac{1}{16} \times 4 \leftarrow 1$$

$$\frac{6}{16} = \frac{1}{16} \times 6 \leftarrow 2$$

$$\frac{4}{16} = \frac{1}{16} \times 4 \leftarrow 3$$

$$\frac{1}{16} = \frac{1}{16} \times 1 \leftarrow 4$$

$$1 = \frac{1+4+6+4+1}{16} = \sum_{r=1}^5 (س) * *$$

$$1 \leq (س) * *$$

- القيمة المتوقعة للمتغير العشوائي = $\sum_{r=1}^5 س_r \times ل(س_r)$

$$\frac{1}{16} \times 4 + \frac{4}{16} \times 3 + \frac{6}{16} \times 2 + \frac{4}{16} \times 1 + \frac{1}{16} \times 0 =$$

$$2 = \frac{32}{16} = \frac{4+12+12+4+0}{16} =$$