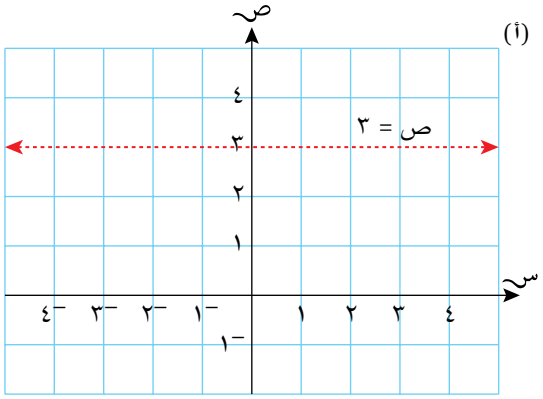
١-٢ تمثيل المناطق في المستوى الإحداثي

١-٢-أ المُتباينات في المستويات ثُنائية الأبعاد

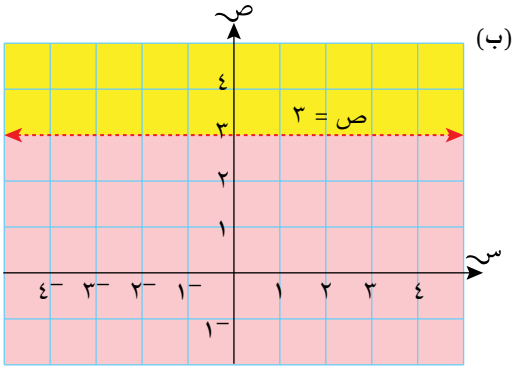
(أ)



يبيّن المخطط (أ) المجاور خطًّا مستقيمًا مُتقطِّعًا مُوازيًا للمحور السيني، ويكون الإحداثي الصادي لكل نقطة على المستقيم = ٣، أي أن معادلة المستقيم هي ص = ٣

ويكون الإحداثي الصادي لجميع النقاط التي تقع فوق المستقيم ص = ٣ أكبر من ٣،

(ب)

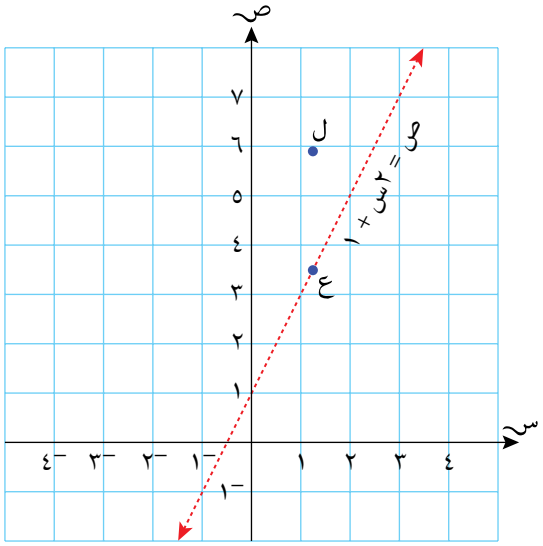


ص > ٣

ص < ٣

لذا تُمثّل المُتباينة ص > ٣ **المنطقة** التي تقع أعلى المستقيم وبالمثل تُمثّل المُتباينة ص < ٣ المنطقة التي تقع أسفل المستقيم.

وتظهر هاتان المنطقتان في المُخطّط (ب) المجاور.



يُظهِر الشكل المجاور التمثيل البياني للمستقيم المُتقطّع ص = ٢س + ١ وتكون إحداثيّات كل نقطة عليه (س، ص) تُحقّق المعادلة ص = ٢س + ١

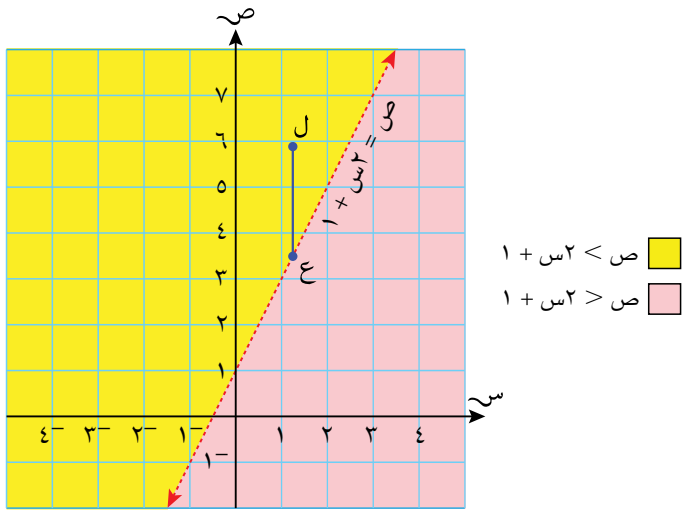
ع نقطة تقع على المستقيم.

الإحداثي الصادي للنقطة ل أكبر من الإحداثي الصادي للنقطة ع.

للنقطتَين ع، ل نفس الإحداثي السيني

وهذا يعني أن أي نقطة ل تنتمي إلى المنطقة التي تقع أعلى المستقيم يكون فيها ص > ٢س + ١

تُمثّل المنطقة الواقعة أعلى المستقيم المُتباينة ص > ٢س + ١، كذلك تُمثّل المنطقة الواقعة أسفل المستقيم المُتباينة ص < ٢س + ١



إذا كانت معادلة المستقيم في صورة ص = م س + جـ، فإن:

- تمثيل المُتباينة ص > م س + جـ يقع أعلى المستقيم.
- تمثيل المُتباينة ص < م س + جـ يقع أسفل المستقيم.

إذا لم تكن المعادلة في صورة ص = م س + جـ، عليك أن توجد طريقة للتحقُّق من المنطقة التي تُمثّل المُتباينة.

مثـــال ٢

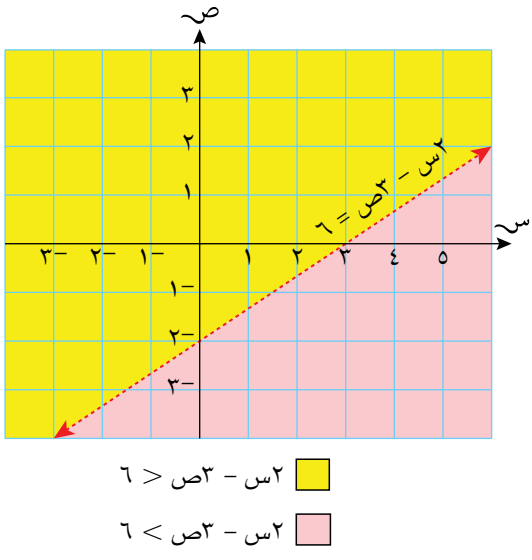
بيّن المنطقتَين اللتَين تُمثّلان المُتباينتَين ٢س − ٣ص > ٦، ٢س − ٣ص < ٦ على المستوى الإحداثي.

الحـــلّ:

الحدود بين المنطقتين المطلوبتين يُمثّلها المستقيم الذي تكون معادلته ٢س − ٣ص = ٦

يقطع هذا المستقيم المحور السيني في النقطة (٣، ٠) والمحور الصادي في النقطة (٠، −٢) ويُرسَم بشكل مُتقطِّع.

عوّض في المعادلة بأي نقطة تنتمي إلى المنطقة الواقعة أعلى المستقيم. أسهل النقاط استخدامًا هي نقطة الأصل (٠، ٠). عندما س = ٠، ص = ٠، فإن (٢س − ٣ص) = ٠، وبما أن ٠ أصغر من ٦، فإن المنطقة الواقعة أعلى المستقيم تُمثّل المُتباينة ٢س − ٣ص > ٦



إرشادات حول حدود المناطق وتظليلها

درست سابقًا أن المُتباينات ليست دائمًا $<$ أو $>$، فقد تكون في صورة $\geq$ أو $\leq$، لذا يجب أن تبيّن التمثيلات البيانية هذه الفروق في رموز المُتباينة.

عندما تتضمّن المُتباينة رمز المساواة ($\geq$ أو $\leq$)، فإن المستقيم يكون مُتضمّنًا في التمثيل البياني، ويظهر ذلك في صورة مستقيم مُتّصل.

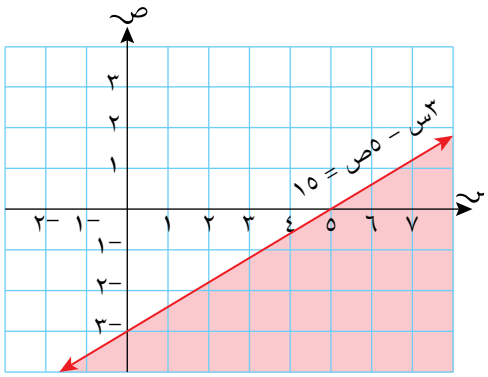
وعندما لا تتضمّن المُتباينة رمز المساواة ($<$ أو $>$)، فإن المستقيم لا يكون مُتضمَّنًا في التمثيل البياني، وبالتالي يظهر مُتقطّعًا.

مثـــال ٣

يُفضَّل أحيانًا تظليل المنطقة التي لا تُمثّل المتباينة.

ظلِّل المنطقة التي لا تُمثّل المُتباينة ٣س − ٥ص $\geq$ ١٥

الحـــلّ:



المستقيم الذي يُمثّل حد المنطقة هو المستقيم الذي معادلته ٣س − ٥ص = ١٥، وهو مُتضمَّن في المنطقة (لأن المُتباينة تحتوي على رمز المساواة).

يقطع هذا المستقيم المحور السيني عند النقطة (٥، ٠) ويقطع المحور الصادي عند النقطة (٠، −٣)، ويظهر المستقيم في التمثيل البياني مُتّصلاً.

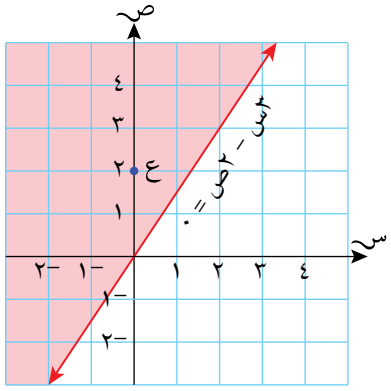
عندما س = ٠، ص = ٠، ٣س − ٥ص = ٠، وبما أن ٠ أقل من ١٥، فإن نقطة الأصل تحقّق المتباينة. (بالمقابل أعد تنظيم ٣س − ٥ص $\geq$ ١٥ لتحصل على ص $\leq \frac{٣}{٥}$ س − ٣ وتستنتج أن المنطقة التي تحقّق المتباينة تقع أعلى المستقيم).

المنطقة غير المظلَّلة في هذا الشكل تُمثّل المُتباينة ٣س − ٥ص $\geq$ ١٥

مثـــال ٤

ظلّل المنطقة التي لا تُمثّل المُتباينة ٣س − ٢ص ≤ ٠

الحـــلّ:

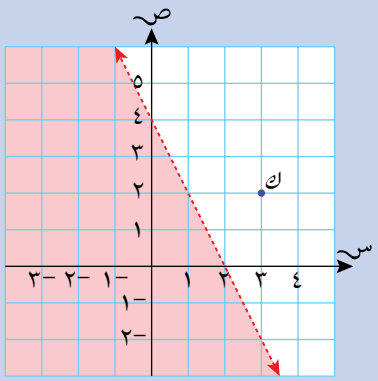


لا يمكنك أن تستخدم نقطة الأصل للتحقُّق لأنها تقع على المستقيم الذي يُمثّل حدّ المنطقة، وبدلاً من ذلك، استخدم النقطة ع (٠، ٢) للتحقُّق وهي تقع أعلى المستقيم. عندما س = ٠، ص = ٢، فإن ٣س − ٢ص = −٤، وهي أقلّ من صفر، وبذلك تقع النقطة ع في المنطقة التي لا تُمثّل الحل.

المستقيم ٣س − ٢ص = ٠ الذي يُمثّل الحد (مستقيم الحد) يجب أن يكون مُتضمَّنًا في المنطقة، لذلك يظهر مُتّصلًا.

مثـــال ٥

أوجد المُتباينة المُمثّلة بالمنطقة غير المُظلّلة في الشكل المجاور.



الحـــلّ:

ميل المستقيم هو م = $\frac{-٤}{٢}$ = −٢

والجزء المقطوع من محور الصادات هو

ص = ٤

معادلة المستقيم هي ص + ٢س = ٤

استخدم النقطة ك (٣، ٢) في المنطقة غير المُظلّلة للتحقُّق: ٢ + ٦ = ٨

المتباينة هي: ص + ٢س < ٤

أوّلاً، أوجد معادلة المستقيم.

معادلة مستقيم الحد هي ص = −٢س + ٤

لاحظ أن ٨ أكبر من ٤، أي أن المنطقة غير المُظلّلة تُمثّل ص + ٢ س > ٤. وحيث أن المستقيم الذي يمثل حدّ المنطقة مُتقطِّع، فإنه غير مُتضمَّن في المنطقة، لذا فإن الرمز > لا يتضمّن رمز المساواة.

تمارين ١-٢-أ

في التمارين من ١ إلى ٣، وضّح إجابتك على شبكة إحداثيات يكون فيها تدريج المحورَين السيني والصادي من -٣ إلى $+٤$:

١) ظلِّل المنطقة التي لا تُمثِّل المُتباينة $٢ص - ٣س \leq ٦$

٢) ظلِّل المنطقة التي لا تُمثِّل المُتباينة $س + ٢ص > ٤$

٣) ظلِّل المنطقة التي لا تُمثِّل المُتباينة $س - ص \leq ٠$

٤) ظلِّل المنطقة التي تُمثّل كل متباينة من المُتباينات التالية:

أ) $ص > ٣ - ٣س$

ب) $٣س - ٢ص \leq ٦$

ج) $س \geq ٥$

د) $ص < ٣$

هـ) $س + ٣ص \geq ١٠$

و) $-٣ < س < ٥$

ز) $٠ \geq س \geq ٢$

٥) أكمل العبارات التالية بانتقاء الخيار الصحيح:

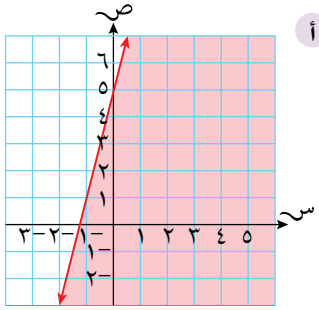
أ) إذا كان $ص > م س + جـ$، فإن المنطقة التي لا تُمثِّل المُتباينة تكون (**أعلى/ أسفل**) التمثيل البياني للمستقيم $ص = م س + جـ$.

ب) إذا كان $ص > م س + جـ$، فإن المنطقة التي لا تُمثِّل المُتباينة تكون (**أعلى/ أسفل**) التمثيل البياني للمستقيم $ص = م س + جـ$

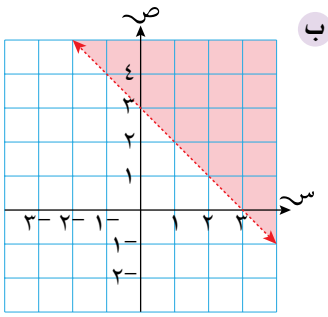
ج) إذا كان $ص > م_١ س + جـ_١$، $ص > م_٢ س + جـ_٢$ فإن المنطقة المُظلّلة التي لا تُمثِّل المُتباينة تكون (**أعلى/ أسفل**) التمثيل البياني للمستقيم $ص = م_١ س + جـ_١$، و /أو (**أعلى/ أسفل**) التمثيل البياني للمستقيم $ص = م_٢ س + جـ_٢$

٦) لكل شكل من الأشكال التالية، أوجد المُتباينة التي تُمثّل المنطقة غير المُظلّلة:

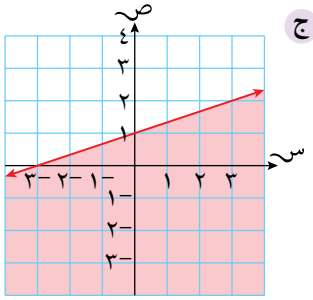
أ)



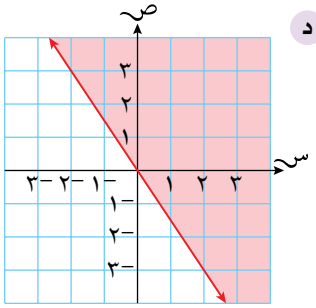
ب)



ج)



د)



١-٢-ب تمثيل المُتباينات الخطّية الآنيّة

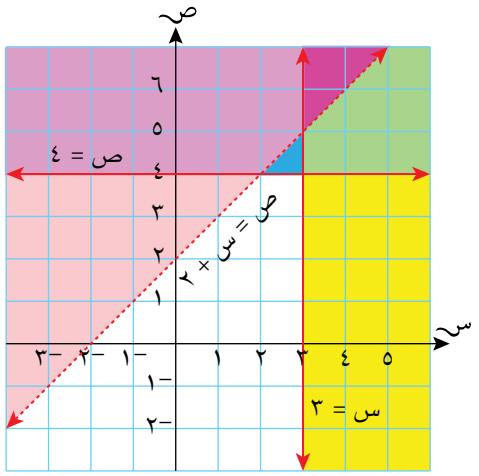
عند وجود مُتباينتَين خطّيتَين أو أكثر في نفس الوقت، فإنها تُسمّى مُتباينات خطّية آنيّة، ويمكن تمثيلها بيانيًّا.

في المثال (٦) تمّ تمثيل المُتباينات الخطّية بمناطق في نفس المستوى الإحداثي، وقد ظُلّلت المناطق التي لا تُمثِّل المُتباينة، وسوف تتضمّن المنطقة غير المُظلّلة جميع الإحداثيات (س، ص) التي تحقّق جميع المُتباينات الخطّية الآنيّة.

مثـال ٦

مثّل بيانيًّا المنطقة المُعرَّفة بمجموعة المُتباينات الخطّية ص > س + ٢، ص ≥ ٤، س ≥ ٣، وذلك بتظليل المناطق التي لا تُمثِّلها.

الحـلّ:



حدود المنطقة التي تُمثِّل المُتباينة
ص = س + ٢ (مستقيم مُتقطِّع)،
ص = ٤ (مُستقيم مُتّصل)،
س = ٣ (مُستقيم مُتّصل).

تُمثّل المنطقة غير المُظلّلة في الشكل المنطقة المعرّفة بمجموعة المُتباينات ص > س + ٢، ص ≥ ٤ وس ≥ ٣.

لاحظ أن مساحة هذه المنطقة غير مُحدّدة لأنها ليست مُغلقة.

تمارين ١-٢-ب

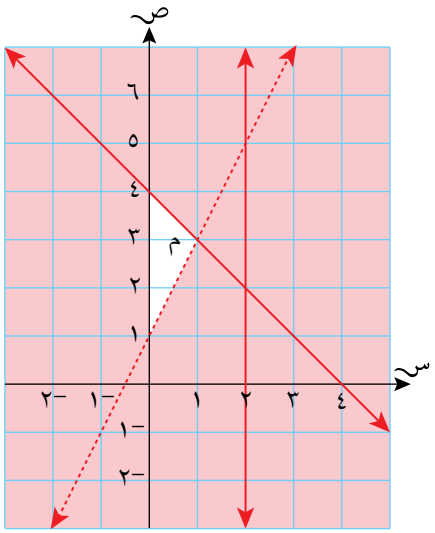
١) بيّن المنطقة المُعرَّفة بمجموعة المُتباينات س + ٢ص ≤ ٦ ، ص ≥ س ، ص > ٤، وذلك بتظليل المناطق التي لا تُمثِّل المُتباينات.

٢) بيّن المنطقة المُعرَّفة بمجموعة المُتباينات س + ص ≤ ٥ ، ص ≥ ٢ ، ص ≤ ٠، وذلك بتظليل المناطق التي لا تُمثِّل المُتباينات.

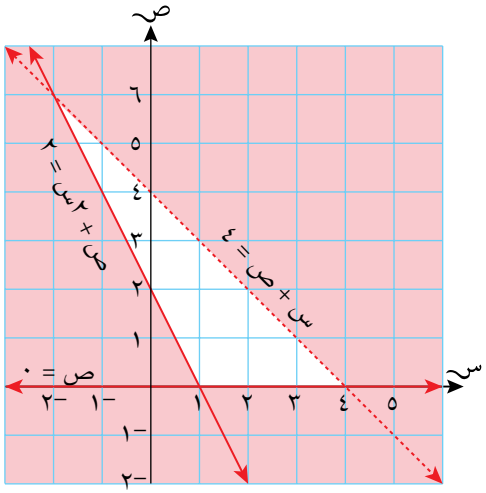
٣) أ ارسم المستقيمات س = ٤، ص = ٣، و س + ص = ٥ في المستوى الإحداثي.

ب بيّن المنطقة (م) التي تحقِّق مجموعة المُتباينات س ≥ ٤ ، ص ≥ ٣، س + ص ≤ ٥، وذلك بتظليل المناطق التي لا تُمثِّل المُتباينات.

٤) اكتب ثلاث مُتباينات تُعرّف المنطقة المثلثة (م) غير المُظلّلة في الرسم أدناه.



٥) تُمثّل المنطقة غير المُظلّلة في الرسم أدناه مجموعة المُتباينات ص ⩾ ٠، ص + ٢س ⩾ ٢، س + ص < ٤. اكتب زوجَين مُرتَّبَين من الأعداد الصحيحة (س، ص) يحقّقان كلّ المُتباينات:



٦) ارسم تمثيلاً بيانيًّا يبيّن حلّ المُتباينات ص ⩾ ٤، ص ⩾ س + ٢، ٣س + ص ⩽ ٤. اكتب كل الأزواج المُرتّبة من الأعداد الصحيحة التي تُحقِّق كل هذه المُتباينات.