

الوحدة الثانية

التفاضل

٢ - ٣ معادلة المماس

القناة على اليوتيوب باسم: الأستاذ حمد الرديني

haah959@gmail.com gsm 99334198



الميل عند نقطة على المنحنى يساوي ميل المماس عند تلك النقطة.

إذًا، إذا كنا نعرف ميل المماس، فيمكننا أن نجد أيضًا معادلته في الصيغة ص = م س + جـ، حيث (م) الميل، جـ المقطع الصادي.

وبذلك تكون صيغة معادلة المماس للمنحنى عند النقطة $(س_١ ، ص_١)$ هي ص = م س + جـ، م = د′$(س_١)$، جـ = $ص_١$ − م $س_١$، حيث $(س_١، ص_١)$ تمثل إحداثيات نقطة التماس.

نتيجة ٦

للمنحنى ص = د (س)، إذا كانت قيمة $\frac{ح ص}{ح س}$ هي الميل (م) عند النقطة $(س_١ ، ص_١)$، فإن معادلة مماس المنحنى عند تلك النقطة تعطى من خلال إحدى الصيغ التالية:

- ص = م س + جـ، حيث م = د′$(س_١)$، جـ = $ص_١$ − م $س_١$
- ص − $ص_١$ = م (س − $س_١$)

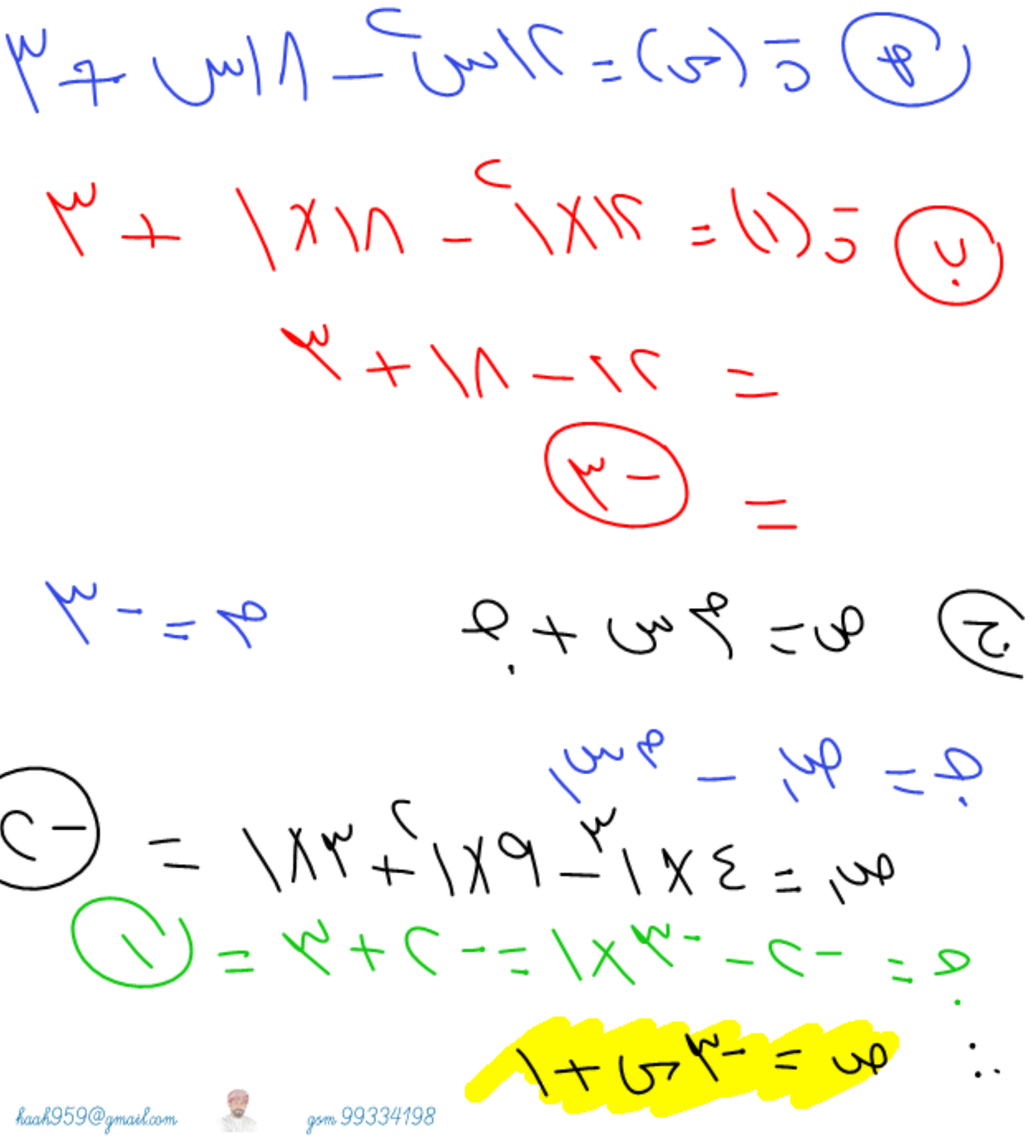
مثال

د(س) = ٤$س^٣$ − ٩$س^٢$ + ٣س معادلة منحنى، أوجد:

أ د′(س)

ب ميل المنحنى عند س = ١

ج معادلة مماس المنحنى د(س) = ٤$س^٣$ − ٩$س^٢$ + ٣س عند س = ١



مثال

رُسم مماس على المنحنى د(س) = س^{٢} - ٤س - ٥ عند النقطة (٠، -٥)،
أوجد معادلة هذا المماس.

معادلة المماس: ص = م س + ﻫ

م = ص١ - م س١

م = ٢ س - ٤

س = ٠

م = ٢ × ٠ - ٤ = -٤

ﻫ = -٥ - ٠ × -٤ = -٥

∴ معادلة المماس

ص = -٤ س - ٥

مثال

د(س) = ٨ − $\frac{٨}{س}$ معادلة منحنى، أوجد:

أ قيمة ب، إذا كانت النقطة $(\frac{١}{٢}$ ، ب) تقع على المنحنى.

ب دالة الميل للمنحنى.

ج معادلة مماس المنحنى عند النقطة حيث س = $\frac{١}{٢}$

أ) ب = $\frac{٨}{٠,٥}$ − ٨ = ٨ − (٨)

∴ النقطة $(\frac{١}{٢}$ ، ٨)

ب) د(س) = ٨ − ٨ س$^{-٢}$

د(س) = ٨ س$^{-١}$

د(س) = $\frac{٨}{س}$ + ٨

م = $\frac{٨}{٠,٥}$ + ٨ = ٣٢

ج) ص − ب = م (س − $\frac{١}{٢}$)

ص − ٨ = ٣٢ (س − $\frac{١}{٢}$)

ص = ٣٢ س − ١٦ − ٨

ص = ٣٢ س − ٢٤

وبالترتيب:

ص = ٣٢ س − ٢٤

١٩) منحنى معادلته د(س) = ٨ - ٦س - ٤س^{٢}

عند س = ٢ أوجد معادلة المماس في الصيغة ص = م س + جـ

ميل المماس = د'(س) = -٦ - ٨س

عند س = ٢

م = -٦ - ٨(٢)

= -٦ - ١٦

= -٢٢

ص = م س + جـ

٤ = -٢٢(٢) + جـ

جـ = ٤ + ٤٤

= ٤٨

∴ معادلة المماس:

ص = -٢٢س + ٤٨

١) رُسم مماس على منحنى معادلته ص = س^{٢} عند النقطة (٢، ٤)، أوجد:

أ د′(س)

ب ميل المماس.

ج معادلة هذا المماس في الصيغة ص = م س + جـ

(أ) د(س) = ٢س

(ب) م = ٢ س عند س = ٢

= ٢ × ٢

= ٤

م = د(س) = ٣س^{٢} - ١٢

م = ٣ × ٤ - ٤

= ٨ - ٤ = ٤ (أ)

∴ معادلة المماس:

ص = ٤س + جـ

kaah959@gmail.com gsm 99334198

٢) رُسم مماس على منحنى معادلته ص = ٦ + ٨س − ٢س^{٢} عند النقطة (٠، ٦)، أوجد:

أ د′(س)

ب ميل المماس.

ج معادلة هذا المماس في الصيغة ص = م س + جـ

(٢) د(س) = ٠ + ٨ − ٤س

د(س) = ٨ − ٤س

د(٠) = ٨ − ٤(٠) = ٨

(ب) م = ٨

(ج) ص = م س + جـ

٦ = ٨ × ٠ + جـ

جـ = ٦

معادلة المماس:

ص = ٨س + ٦

(ج) ص = م س + جـ

ص = ١٠ س − ٣٠

kash959@gmail.com gsm 99334198

٣) أوجد معادلة المماس للمنحنيات الآتية عند النقاط المعطاة:

أ) د(س) = س^{٣} + ٧ عند النقطة على المنحنى حيث س = ١

ب) د(س) = $\frac{١}{٢}$ س^{٢} + س − ٢ عند النقطة على المنحنى حيث س = ٢

haah959@gmail.com gsm 99334198

ج د(س) = ٢٠ - ٢س - س^{٢} عند النقطة على المنحنى حيث س = ٠

د(س) = ٢٠ - ٢س - س^{٢}

ص = ٢٠ - ٢ × ٠ - ٠^{٢} = ٢٠ - ٠ - ٠ = ٢٠

(٠، ٢٠)

د(س) = ٢٠ - ٢س - س^{٢}

د(س) = -٢ - ٢س

د(٠) = -٢ - ٢ × ٠ = -٢

معادلة المماس:

ص - ٢٠ = -٢ (س - ٠)

ص - ٢٠ = -٢س

ص = -٢س + ٢٠

د د(س) = س^{٤} - ٣س عند النقطة على المنحنى حيث س = ١

ص = ١^{٤} - ٣ × ١ = ١ - ٣ = -٢

(١، -٢)

د(س) = س^{٤} - ٣س

د(س) = ٤س^{٣} - ٣

د(١) = ٤ × ١^{٣} - ٣ = ٤ - ٣ = ١

معادلة المماس:

ص - (-٢) = ١ (س - ١)

ص + ٢ = س - ١

ص = س - ٣

kash959@gmail.com gsm 99334198

هـ د(س) = $\frac{١}{س}$ + س عند النقطة على المنحنى حيث س = −١

د(س) = $س^{-١} + س$

$م = -١ (-١)^{-٢} + ١$

$= ٠$

$(-١، -١)$

$ص = \frac{١}{-١} + -١ = -٢$

$م = -٢ \times ٠ - ١ = -١$

معادلة المماس:

$ص + ٢ = -١ (س - ٠)$

$ص + س + ٢ = ٠$

و د(س) = (٢س + ٣)(س − ٦) عند النقطة على المنحنى حيث س = ٥

$ص = (٢ \times ٥ + ٣)(٥ - ٦) = -١ \times ١٣ = -١٣$

$(٥، -١٣)$

$د(س) = ٢س^{٢} - ١٢س + ٣س - ١٨$

$= ٢س^{٢} - ٩س - ١٨$

$م = ٤س - ٩ \Leftarrow م = ٤ \times ٥ - ٩ = ١١$

معادلة المماس:

$ص + ١٣ = ١١(س - ٥)$

$ص + ١٣ = ١١س - ٥٥$

$ص = ١١س - ٦٨$

kaah959@gmail.com gsm 99334198

٤) بيّن أن الميل على المنحنى ص = س^{٢} + ٩ يساوي الميل على المنحنى ص = س^{٢} − ٩ لكل قيم س

ص = س^{٢} + ٩

ص = س^{٢} − ٩

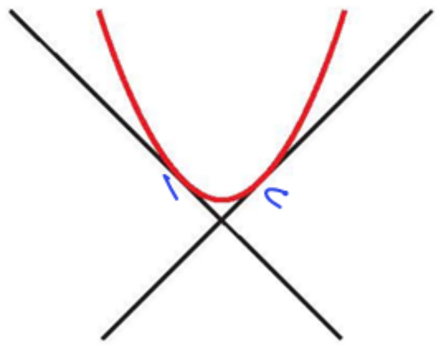
٥) رُسم مماس على المنحنى ص = س^{٢} − ١٢س + ٤٣ عند النقطة (٥ ، ٨).

أ) بيّن أن ميل المماس يساوي −٢

ب) أوجد إحداثيات النقطة التي يقطع هذا المماس عندها المحور السيني.

khaah959@gmail.com gsm 99334198

٦) رُسم مماسان على المنحنى ص = س^{٢} − ٣س + ٨ عند النقطتَين حيث س = ١، س = ٢



يبيّن الرسم الآتي أجزاء من المنحنى والمماسَين.

أوجد معادلة كل من المماسَين.

معادلة المماس عند س = ١

ص = ١^{٢} − ٣ × ١ + ٨

= ١ − ٣ + ٨ =

(١، ٦)

ص = ٢س − ٣

م = ٢ × ١ − ٣ = ٢ − ٣ = −١ ①

ب = ٦ − (−١) × ١ = ٦ + ١ = ٧

المعادلة: ص = −س + ٧

معادلة المماس عند س = ٢

ص = ٢^{٢} − ٣ × ٢ + ٨

= ٤ − ٦ + ٨ =

(٢، ٦) ②

م = ٢ × ٢ − ٣ = ٤ − ٣ = ١ ①

ب = ٦ − ١ × ٢ = ٦ − ٢ = ٤ ③

المعادلة: ص = س + ٤

٧) يمكن حساب المسافة التي قطعها جزيء انطلاقًا من نقطة البداية ص متر، من خلال الصيغة ص = ٣س − ٠,٠٠١ س^{٢}، حيث س يمثل الزمن بالثواني.

مُساعَدة

السرعة هي قياس التغير في المسافة (ص) لكل وحدة من الزمن (س)، لذا فإن السرعة تساوي مشتقة المسافة.

أ) كم يبعد الجزيء عن نقطة البداية بعد ١٠ ثوانٍ؟

ب) تعبّر دالة الميل $\left(\frac{\text{د ص}}{\text{د س}}\right)$ عن سرعة الجزيء عند أية نقطة خلال رحلته، أوجد:

١) سرعة الجزيء.

٢) سرعة الجزيء بعد ٢٠ ثانية.

ب) ① $\frac{\text{د ص}}{\text{د ن}} = ٣ - ٠,٠٠٢$ ن

ن = ١٠

$\frac{\text{د ص}}{\text{د ن}} = ٣ - ٠,٠٠٢ \times ١٠$

= ٢,٩٩٨

(٢,٩٩٨ ، ١٠)

ن = ٢٠

$\frac{\text{د ص}}{\text{د ن}} = ٣ - ٠,٠٠٢ \times ٢٠$

= ٢,٩٩٦

kaak959@gmail.com gsm 99334198