

# الوحدة الثانية

# التفاضل

## ٢ - ٥ الدوال المتزايدة والمتناقصة

القناة على اليوتيوب باسم: الأستاذ حمد الرديني

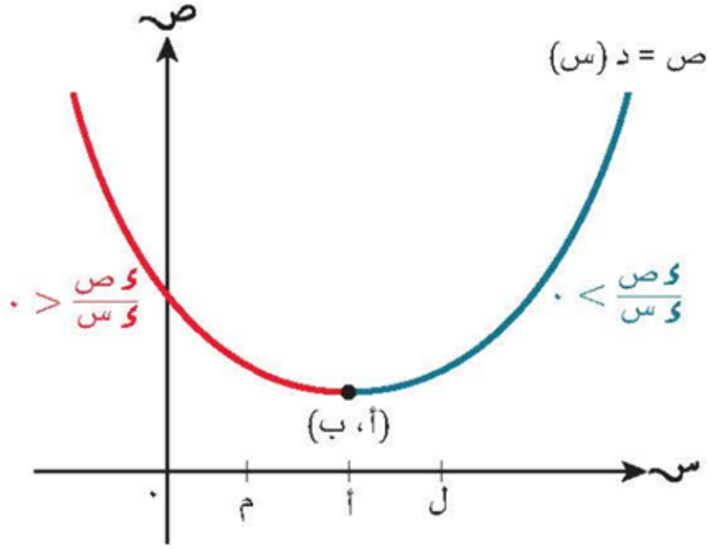
haah959@gmail.com gsm 99334198



**إذا كان ميل الدالة موجبًا عند نقطة ما تكون الدالة متزايدة عند تلك النقطة.**

بالطريقة نفسها تكون دالة متناقصة عند نقطة ما، **إذا كان ميل الدالة سالبًا عند تلك النقطة.**

انظر الآن إلى الدالة ص = د (س) المبيّنة في التمثيل البياني.




يمكننا تقسيم التمثيل البياني إلى قسمَين مختلفَين:

- تتزايد د (س) عندما س < أ، أي أن د′ (س) > ٠
- تتناقص د (س) عندما س < أ، أي أن د′ (س) < ٠

أي أن:

- تتزايد د (س) عند س = ل إذا كان د′ (ل) > ٠
- تتناقص د (س) عند س = م إذا كان د′ (م) < ٠

أما النقطة التي يلتقي عندها القسمان (س = أ) فيكون ميل المنحنى عندها صفرًا، أي د′ (أ) = ٠

**نتيجة ٧**

تكون الدالة ص = د (س) في الفترة المعطاة لـ س:

- متزايدة إذا كان د′ (س) = $\frac{د ص}{د س}$ > ٠ على كامل الفترة.
- متناقصة إذا كان د′ (س) = $\frac{د ص}{د س}$ < ٠ على كامل الفترة.

**مثال**

بيّن أن د (س) = س$^{٢}$ − ٦ س + ١١:

أ متناقصة عند س = ١

ب متزايدة في الفترة ٤ ≤ س ≤ ١٠

د(س) = ٢س − ٦

أ) د(١) = ٢×١ − ٦ = −٤ < ٠

∴ د(س) متناقصة عند س = ١

ب) د(٤) = ٢×٤ − ٦ = ٢ > ٠

د(١٠) = ٢×١٠ − ٦ = ١٤ > ٠

∴ د(س) متزايدة: ٤ ≤ س ≤ ١٠

**مثال**

أوجد مجموعة قيم س التي تجعل الدالة د (س) = ٢١ + ٤س − س$^{٢}$

أ متناقصة.

ب متزايدة.

د(س) = ٤ − ٢س

أ) ٤ − ٢س < ٠ ⇐ ٤ < ٢س ⇐ ٤/٢ < ٢س/٢

س > ٢

ب) ٤ − ٢س > ٠

٤ > ٢س ⇐ ٤/٢ > ٢س/٢

س < ٢

kaah959@gmail.com gsm 99334198

**١)** حدد ما إذا كانت كل من الدوال الآتية متزايدة أو متناقصة عند النقطة أو الفترة المعطاة:

أ ص = س$^{٢}$ − ٦ س عند س = ٤

ب ص = س$^{٢}$ − ٨ س + ١٠ عند س = ٣

ج ص = ٦ − س − س$^{٢}$ عند س = ١

د د(س) = ٢ س$^{٢}$ + ٥ س + ١ عند س = −١

هـ د(س) = ١٧ + ٣ س − $\frac{١}{٢}$ س$^{٢}$ عند س = $-\frac{١}{٢}$

و د(س) = (٥ − ٢ س)(٨ + س) عند س = $-\frac{٥}{٢}$

ز د(س) = ٣س$^{٢}$ − ١٤ س + ٩ في الفترة ٣ ≥ س ≥ ٩

ح د(س) = ٥ − ١٥س − ٣س$^{٢}$ في الفترة −١ ≥ س ≥ ٢

ط د(س) = ٤٠ + ٥س − ١٦س$^{٢}$ − ٣س$^{٣}$

ي د(س) = س$^{٣}$ − ٣ س

ك د(س) = ٢س$^{٣}$ − ٩س$^{٢}$ + ١٢ س − ٤

ل د(س) = ٢س$^{٣}$ − ٣س$^{٢}$ − ١٢ س + ٧

م د(س) = س$^{٣}$ − ٦س$^{٢}$ + ٩ س + ٢

ن د(س) = س$^{٣}$ − ٣س$^{٢}$ + ٣ س − ٥

kaah959@gmail.com gsm 99334198

**٢)** أوجد مجموعة قيم س التي تجعل الدالة:

أ د(س) = س$^{٢}$ + ١٠ س − ١٢ متناقصة.

ب د(س) = ٥ س$^{٢}$ − ١١ س + ٣ متزايدة.

ج د(س) = $\frac{٣}{٤}$ س$^{٢}$ + $\frac{١}{٢}$ س − ٥ متزايدة.

د د(س) = ٨ − ٢س − $\frac{٦}{٥}$ س$^{٢}$ متناقصة.

هـ د(س) = ١ − ١٤س − $\frac{٧}{٢}$ س$^{٢}$ متزايدة.

و د(س) = (٢س − ٥)(٣س + ٤) متناقصة.

أ) د(س) = ٢س + ١٠ ، د(س) < ٠

٢س + ١٠ < ٠

٢س < −١٠

س < −٥

مجموعة الحل = ]−∞ ، −٥[

ب) د(س) = −١١ + ١٠س ، د(س) < ٠

١٠س − ١١ < ٠

١٠س < ١١

س < $\frac{١١}{١٠}$

مجموعة الحل = ]−∞ ، $\frac{١١}{١٠}$[

ج) د(س) = $\frac{١}{٢}$ × ٢س + $\frac{١}{٢}$

د(س) < ٠

$\frac{١}{٢}$ س + $\frac{١}{٢}$ < ٠

$\frac{١}{٢}$ س < −$\frac{١}{٢}$

س < −١

مجموعة الحل = ]−∞ ، −١[

د) د(س) = −٢ − $\frac{٦}{٥}$ × ٢س

د(س) < ٠

−٢ − $\frac{١٢}{٥}$ س < ٠

−$\frac{١٢}{٥}$ س < ٢

س > −$\frac{٥}{٦}$

مجموعة الحل = ]−$\frac{٥}{٦}$ ، ∞[

هـ) د(س) = −١٤ − ٧س

د(س) < ٠

−١٤ − ٧س < ٠

−٧س < ١٤

س > −٢

مجموعة الحل = ]−٢ ، ∞[

و) د(س) = ٦س$^{٢}$ + ٧س − ٢٠

د(س) = ٦س$^{٢}$ − ٨س + ٣س − ٢٠

د(س) = ٢س(٣س − ٤) + ٥(٣س − ٤)

د(س) = (٣س − ٤)(٢س + ٥)

د(س) < ٠

(٣س − ٤)(٢س + ٥) < ٠

| س | −∞ | | −٥/٢ | | ٤/٣ | | ∞ |
|---|---|---|---|---|---|---|---|
| ٣س − ٤ | | − | | − | ٠ | + | |
| ٢س + ٥ | | − | ٠ | + | | + | |
| د(س) | | + | ٠ | − | ٠ | + | |

مجموعة الحل = ]−$\frac{٥}{٢}$ ، $\frac{٤}{٣}$[

kash959@gmail.com gsm 99334198

**٣)** تنتج شركة تصنيع س سلعة في اليوم. يمكن كتابة دالة الربح ل(س) من خلال الصيغة ل(س) = ٠,٠٠٤ س$^{٢}$ - ٠,٦ س ، أوجد قيم س التي تجعل الربح متزايدًا.

ل´(س) = ٠,٠٠٨ س - ٠,٦

ل´(س) > ٠

٠,٠٠٨ س - ٠,٦ > ٠

٠,٠٠٨ س > ٠,٦

س > ٧٥

∴

**٤)** بيّن أن الدالة د(س) = س - ٨ - س$^{٢}$ متناقصة في الفترة ١ ≤ س ≤ ٦

د´(س) = ١ - ٢س

د´(١) = ١ - ٢ × ١ = -١

د´(٢) = ١ - ٢ = -١ < ٠

د´(٦) = ١ - ٢ × ٦ = ١ - ١٢ = -١١ < ٠

∴ د(س) متناقصة على ]١ ، ٦[

kaah959@gmail.com gsm 99334198